

Soutenu à Aix-Marseille Université
le 28 Mai 2021 par

Brahim MEHADJI

Modélisation Monte Carlo d'une caméra Compton basée sur
l'utilisation de détecteurs à scintillation sensibles à la position
couplés à des SiPM

Discipline

Physique et Sciences de la matière

Spécialité

Instrumentation

École doctorale

N°352 Physique et Sciences de la matière

Laboratoire/Partenaires de recherche

Centre de Physique des Particules de Marseille

Composition du jury

• Edoardo CHARBON	Rapporteur
• EPFL	
• Mathieu DUPONT	Co-encadrant
• CPPM Aix Marseille Univ	
• Denis FOUGERON	Invité
• CPPM CNRS/IN2P3	
• Stefan GUNDACKER	Invité
• RWTH Aachen University	
• Eric KAJFASZ	Président du jury
• CPPM CNRS/IN2P3	
• Voichita MAXIM	Rapporteuse
• CREATIS - INSA Lyon	
• Christian MOREL	Directeur de thèse
• CPPM Aix Marseille Univ	
• Emilie RONCALI	Examinatrice
• UC Davis College of Engineering	

Je soussigné, Brahim Mehadji, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Christian Morel, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisées dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Marseille le 22/03/2020



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la [Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Résumé

Une nouvelle génération de caméra Compton est en cours de développement pour détecter la radioactivité dans le cadre du projet Temporal financé par l'Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs (ANDRA) dans le cadre du PIA, notamment pour les opérations de gestion des déchets nucléaires et de démantèlement des centrales nucléaires, mais aussi éventuellement pour la médecine nucléaire. Le détecteur Temporal exploite le partage de la lumière dans un cristal à scintillation rapide de CeBr_3 couplé à une matrice de SiPM dans le but de développer un bloc de détection 3D sensible à la position qui sera utilisé à la fois pour le diffuseur et l'absorbeur de la caméra Compton. L'objectif de ma thèse était de modéliser les performances de la caméra Compton par des simulations Monte Carlo et de contre-valider les performances attendues par rapport aux résultats expérimentaux.

Dans un premier temps, les performances d'un télescope Compton ont été simulées à l'aide de la plateforme de simulation Monte Carlo GATE en fonction de sa conception géométrique et de l'estimation des résolutions spatiales et en énergie du diffuseur et de l'absorbeur. Une première version de la caméra Compton Temporal, qui exploite les matrices de SiPM digitaux (dSiPM) développées par Philips, a été construite et optimisée par Damavan Imaging sur la base de résultats simulés, puis caractérisée expérimentalement. Ce travail impliquait le développement d'algorithmes de reconstruction appropriés pour visualiser de manière quantitative l'activité et de la distribution d'énergie des sources radioactives, tirant parti du modèle Monte Carlo de la caméra pour estimer sa sensibilité.

La bande passante des dSiPM étant limitée, l'objectif de Damavan Imaging est de développer un module de détection basé sur des matrices de SiPM analogiques. Dans cette perspective, j'ai implémenté dans le logiciel de simulation Monte Carlo GATE un modèle permettant de reproduire le fonctionnement de SiPM analogiques au plus proche de leurs caractéristiques mesurées. La bonne implémentation de ce modèle a été vérifiée et les estimations de la simulation Monte Carlo validées expérimentalement autant du point de vue spectrométrique que des performances temporelles des SiPM pour des applications de timing rapide.

Mots clés : caméra Compton, LM-MLEM, GATE, Monte Carlo, SiPM, CTR, SPTR

Abstract

A new generation of Compton camera is being developed to detect radioactivity within the Temporal project funded by the French Agency for Nuclear Waste Management (ANDRA) in the framework of the Investment for Future Program (PIA), notably for nuclear waste management and nuclear power plants dismantling operations, but also possibly for nuclear medicine. The Temporal detector exploits the sharing of light in a fast scintillation crystal of CeBr_3 coupled to SiPM arrays in order to develop a position sensitive 3D detection block that will be used for both the scatterer and the absorber of the Compton camera. The objective of my thesis was to model the performances of the Compton camera by using Monte Carlo simulations and to cross-validate the expected performances against experimental results.

In a first attempt, the performances of a Compton telescope have been simulated using the GATE Monte Carlo simulation platform as a function of its geometric design and of estimated spatial and energy resolutions of the scatterer and the absorber. A first version of the Compton Temporal camera using digital SiPM arrays (dSiPM) developed by Philips was built and optimized by Damavan Imaging based on simulated results and then characterized experimentally. This work involved the development of suitable reconstruction algorithms to quantitatively visualize the activity and energy distribution of radioactive sources, taking advantage of the camera's Monte Carlo model to estimate its sensitivity.

As the bandwidth of dSiPMs is limited, the long term objective of Damavan Imaging is to develop a detection module based on analog SiPM arrays. In this perspective, I implemented in the GATE Monte Carlo simulation software a model to reproduce the behavior of analog SiPMs as close as possible to their measured characteristics. The implementation of this model has been verified and the estimations provided by the Monte Carlo validated experimentally both from the spectrometric point of view and the Temporal performance of SiPMs for fast timing applications.

Keywords: Compton camera, LM-MLEM, GATE, Monte Carlo, SiPM, CTR, SPTR

Remerciements

Je tiens dans un premier temps à remercier Éric Kajfasz et Cristinel Diaconnu, ancien directeur et directeur actuel du CPPM respectivement, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire durant ces quatre dernières années pour y effectuer ma thèse.

J'exprime tous mes remerciements à l'ensemble des membres de mon jury, Voichita Maxim, Edoardo Charbon, Stefan Gundacker, Emilie Roncali et Denis Fougeron pour avoir accepté d'examiner mon travail et enfin Éric Kajfasz pour avoir présidé mon jury.

Christian Morel et Mathieu Dupont, votre encadrement a été tout ce que je pouvais espérer afin de réussir cette thèse. Merci pour les nombreux conseils, les moments de partage, de travail hors horaires, pour votre confiance et la liberté que vous m'avez offert pendant ces 4 années. Merci aussi à toi Christian de m'avoir permis d'effectuer cette thèse et de m'avoir guidé malgré mon grand éparpillement. Et merci à toi Mathieu pour ton écoute, ton aide et ta disponibilité malgré ce que tu as enduré de ton côté.

Yannick Boursier, les moments de doutes lorsque j'essayais de nouvelles implémentations d'algorithmes auraient été difficilement levés sans toi. Merci pour ton écoute et tes conseils.

Pendant 6 mois, j'ai eu l'occasion de travailler avec toi Sara Daizo et ce fut un moment de plaisir. Ton travail a notamment permis d'avancer la caractérisation de la caméra Compton ainsi que la compréhension de son fonctionnement.

Je tiens à remercier Denis Fougeron, Téo Weicherding et Kevin Arnaud pour leur aide précieuse, qui a permis le développement de la carte électronique d'amplification des SiPM. Sans vous cela n'aurait pas pu être possible. Merci aussi à toi Marta Rodo Bordera pour m'avoir initié à l'utilisation des SiPM.

Je voudrais encore remercier les services informatique et mécanique du CPPM pour leur dévouement et leur disponibilité pendant ces années de thèse, qui m'ont permis d'évoluer dans un cadre propice.

J'aimerais aussi remercier la startup Damavan Imaging pour m'avoir permis de travailler sur leurs prototypes de la caméra Compton Temporal et pour la disponibilité de Mohamed Zied Hmissi.

La liste des personnes rencontrées au cours de ces quatre années au CPPM et au sein de l'équipe de recherche imXgam est longue et j'aurai trop peur d'en oublier certaines pour tenter de toutes les citer. J'adresse un dernier remerciement à toutes les personnes qui sauront se reconnaître et avec qui j'ai pu partager des pauses-déjeuner, des discussions de couloirs, des pauses-café parfois un peu longues et pleines de rires. Merci pour leur soutien.

Merci à toi Maïlys pour m'avoir soutenu pendant la correction de la thèse, la préparation de la soutenance et les préparatifs des festivités.

Odette, tu es là pour moi depuis des années et tu n'as jamais hésité à m'aider dans tout ce que j'ai entrepris. Je ne te remercierais jamais assez.

À l'ensemble de ma famille et de mes amis, un grand merci pour avoir été là dans les moments difficiles et aussi pour avoir partagé avec moi les moments de réussite.

Contenu

Résumé	3
Abstract	4
Remerciements	6
Contenu	7
Liste des figures	13
Liste des tables	21
Liste des acronymes	23
Introduction	1
1 Généralités	3
1.1 Introduction	4
1.2 Interaction des rayons X/gamma avec la matière	4
1.2.1 La diffusion de Rayleigh	6
1.2.2 L'effet photo-électrique	6
1.2.3 La création de paires	7
1.2.4 La diffusion Compton	7
1.2.5 Résumé	10
1.3 La détection de rayons X ou gamma	12
1.3.1 La détection des rayons gamma par conversion directe	14
1.3.1.1 Les détecteurs gazeux	15
1.3.1.2 Les détecteurs semi-conducteurs	16
1.3.2 La détection de rayons gamma par conversion indirecte	18
1.3.2.1 Détecteurs à mémoire par changement de caractéristiques optiques du milieu	19
1.3.2.2 Détecteurs à mémoire par piégeage d'électrons sur un niveau excité	20
1.3.2.3 Détecteurs à fluorescence	20
1.3.2.4 La conversion des photons de scintillation en signal électrique	21
1.3.2.4.1 Les tubes photomultiplicateurs	21

1.3.2.4.2	Les photomultiplicateurs à silicium	22
1.3.2.4.3	Résumé concernant les photodétecteurs	23
1.3.3	En conclusion	23
1.4	Du détecteur vers l'imageur : la collimation	24
1.4.1	La collimation physique	24
1.4.1.1	Avantages et inconvénients de la collimation physique	26
1.4.2	La collimation électronique	26
1.4.2.1	Tomographes par émission de positons	26
1.4.2.2	Trajectographes	28
1.4.2.3	Camera Compton	28
1.4.2.4	Avantages et inconvénients la collimation électronique	28
1.4.3	Résumé	29
1.5	État de l'art de l'imagerie Compton	29
1.6	Le prototype Temporal	33
2	Modélisation du prototype et reconstruction d'images	35
2.1	GATE, un outil de simulation Monte Carlo pour modéliser la caméra Compton	37
2.2	De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles	39
2.2.1	Les origines possibles d'un photon gamma lorsque la mesure Compton est parfaite	41
2.2.1.1	Définition de la direction de l'axe du cône Compton	41
2.2.1.2	Intersection d'un cône avec un plan	41
2.2.1.3	Échantillonnage d'une ellipse sur un plan	43
2.2.2	Prise en compte des incertitudes de mesure et de l'élargissement Doppler pour l'estimation des origines possibles du rayon gamma	44
2.2.2.1	Prise en compte des incertitudes sur la mesure des énergies	44
2.2.2.2	Prise en compte de l'élargissement Doppler sur incertitude sur l'estimation de l'angle de diffusion Compton	48
2.2.2.3	Prise en compte des incertitudes sur les positions d'interaction	49
2.2.2.3.1	Répercussion des incertitudes des positions d'interaction sur l'angle α	50
2.2.2.3.2	Répercussion des incertitudes des positions d'interaction sur les angles θ et φ	51
2.2.2.4	Répercussion de toutes les incertitudes de mesure	51
2.2.2.4.1	Répercussion de toutes les incertitudes de mesure sur l'angle α	52
2.2.2.4.2	Répercussion de toutes les incertitudes de mesure sur les angles θ et φ	52
2.2.2.5	Comparaison entre l'estimation théorique des erreurs sur le cône Compton et la simulation Monte Carlo	52

2.2.2.6	Résumé	53
2.2.3	Confiance en l'estimation des paramètres du cône Compton . .	54
2.2.3.1	Estimation de la probabilité $P(b A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ rayon gamma interagisse dans l'absorbeur avant d'interagir dans le diffuseur lorsque son énergie est connue	54
2.2.3.2	Estimation de la probabilité $P(e A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ photon gamma interagisse plusieurs fois dans le diffuseur lorsque son énergie est connue	56
2.3	Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images	57
2.3.1	Approche LM-MLEM pour la reconstruction d'images mono-énergétiques	58
2.3.1.1	Estimation de la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ évènement Compton provienne du voxel l	59
2.3.1.2	Calcul de la sensibilité de la caméra pour le voxel l . . .	59
2.3.2	Implémentation de l'algorithme LM-MLEM pour la reconstruction d'images poly-énergétiques	60
2.3.2.1	Validation de l'algorithme PE-LM-MLEM et comparaison avec l'algorithme LM-MLEM	61
2.3.2.1.1	Reconstruction des sources radioactives ponctuelles avec des évènements Compton de types (a) ou (d)	61
2.3.2.1.2	Reconstruction des sources radioactives ponctuelles simulées avec des incertitudes de mesures et sans supposer une absorption totale dans l'absorbeur	63
2.3.3	Incorporation de la confiance en l'estimation des paramètres des cônes Compton dans l'algorithme LM-MLEM lorsque l'énergie des rayons gamma est connue	65
2.3.3.1	Validation de la nouvelle implémentation de l'algorithme LM-MLEM	67
2.3.3.2	Reconstruction par l'algorithme LM-MLEM d'évènements Compton de type (a), (c) ou (d)	68
2.3.4	Résumé	71
2.4	Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo	71
2.4.1	Étude de la résolution angulaire	72
2.4.1.1	Résolution angulaire en fonction de la distance entre les faces avant du diffuseur et de l'absorbeur	72
2.4.1.2	Impact de la rétrodiffusion sur la résolution angulaire .	73
2.4.1.3	Étude de la prédominance des incertitudes de mesures sur la résolution angulaire	74
2.4.2	Étude de la sensibilité de la caméra en fonction de l'épaisseur du diffuseur	74
2.4.3	Résumé	77

2.5	Caractérisation du prototype Temporal	77
2.5.1	Étude de spectres mesurés par la caméra Compton	78
2.5.1.1	Étude des spectres d'énergie des évènements Compton dans le diffuseur et l'absorbeur et interprétation à l'aide de simulations Monte Carlo	80
2.5.2	Étude de la saturation du prototype Temporal	81
2.5.3	Étude de la sensibilité de la caméra Compton	82
2.5.4	Mesure de la résolution angulaire	84
2.5.5	Reconstruction d'images avec les données du prototype	86
2.5.5.1	Reconstruction de cinq sources radioactives ponctuelles à 35 cm de la face avant de la caméra	86
2.5.5.2	Reconstruction stéréoscopique de fantômes de ^{18}F	88
2.5.6	Résumé	90
2.6	Conclusion générale et prospectives	90
3	Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM	92
3.1	Principales caractéristiques des scintillateurs	95
3.1.1	Réponse temporelle	95
3.1.2	Rendement de scintillation	95
3.1.3	Résolution en énergie	96
3.1.4	Spectre d'émission	97
3.1.5	Surfaces du scintillateur et interface avec le détecteur	97
3.1.6	Modélisation d'un cristal scintillant de LYSO dans GATE	98
3.1.7	Résumé	99
3.2	Électronique de lecture des signaux émis par les SiPM	101
3.3	Fonctionnement et géométrie des SiPM	102
3.3.1	Géométrie d'un SiPM et efficacité de détection	102
3.3.2	Lecture du signal émis par les SiPM	104
3.3.3	Schéma électronique équivalent et forme du signal	106
3.3.4	Saturation du SiPM, temps mort et temps de récupération des micro-cellules	109
3.3.5	Correction de la saturation d'un SiPM couplé à un cristal scintillant	111
3.3.6	Résolution temporelle d'un photon unique	112
3.3.7	Résumé	114
3.4	Bruits générés par les SiPM	114
3.4.1	Le taux de comptage d'obscurité ou DCR (Dark Count Rate)	114
3.4.2	La diaphonie ou <i>crosstalk</i>	115
3.4.3	Impulsions subséquentes ou <i>afterpulses</i>	117
3.4.4	Diaphonie retardé ou <i>delayed-crosstalk</i>	117
3.4.5	Résumé	118
3.5	Mesure des paramètres d'un SiPM	118

3.5.1	Echantillonnage de la forme d'une impulsion émise par une micro-cellule	118
3.5.2	Mesure de la SPTR	120
3.5.2.1	Montage électronique d'amplification	120
3.5.2.2	Mesures expérimentales	122
3.5.2.3	Analyse des données	123
3.5.3	Mesure des différents types de bruit émis par le SiPM	125
3.5.3.1	Probabilité de <i>crosstalk</i>	127
3.5.3.2	Taux de comptage d'obscurité (DCR)	128
3.5.3.3	<i>Afterpulses</i> et période de récupération	129
3.5.3.3.1	Période de récupération τ_{rec}	129
3.5.3.3.2	Distribution temporelle des <i>afterpulses</i>	130
3.5.3.4	Distribution temporelle des <i>delayed-crosstalks</i>	131
3.5.4	Résumé	132
3.6	Simulation des SiPM dans GATE	133
3.6.1	Description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE	134
3.6.1.1	Initialisation des SiPM	134
3.6.1.2	Enregistrement des interactions dans la liste des impulsions	134
3.6.1.3	Parcours de la liste des impulsions	135
3.6.1.3.1	Cas d'un comptage d'obscurité, d'un <i>afterpulse</i> et d'un <i>delayed-crosstalk</i>	135
3.6.1.3.2	Cas d'un photon détecté	136
3.6.1.3.3	Cas d'un <i>crosstalk</i>	136
3.6.1.4	Création du signal	136
3.6.1.5	Schéma récapitulatif	136
3.7	Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE	136
3.7.1	Validation de la description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE	138
3.7.2	Validation de la simulation de la SPTR	139
3.7.3	Simulation d'une chaîne à scintillation à base de SiPM et validation expérimentale pour un cristal de LYSO:Ce	139
3.7.3.1	Contributions relatives des différents types de bruit des SiPM à la résolution en énergie de la chaîne spectrométrique	142
3.7.4	Résumé	144
3.7.5	Validation de l'implémentation des SiPM par la mesure de la résolution temporelle en coïncidence	144
3.7.5.1	Mesures expérimentales de la CTR	144
3.7.5.1.1	Validation des mesures expérimentales	145
3.7.5.1.2	Mesure de la CTR pour différentes tensions d'alimentation des SiPM	145
3.7.5.2	Détermination des paramètres de simulation du SiPM pour différentes tensions d'alimentation	146

3.7.5.3	Simulation des SiPM pour la mesure de la CTR	148
3.7.6	Quel impact des bruits du SiPM dans la mesure de la CTR?	149
3.7.7	Résumé	149
3.8	Conclusion générale et perspectives	150
Conclusion		151
Bibliographie		154
Contributions		163
Annexes		166
A	Mise en place d'une simulation dans GATE	166
A.0.1	Instanciation du fichier SiPM.xml	166
A.0.2	Instanciation du fichier Surfaces.xml	166
A.0.3	Écriture des macros	167
A.1	Résumé	168
B	Fichier SiPM.xml	169
C	Fichier Surfaces.xml	170
D	Fiche de spécifications du SiPM HPK MPPC S13360-3050CS	173

Liste des figures

1.1	Prépondérance des types d'interaction en fonction du numéro atomique effectif Z du milieu et de l'énergie E du photon.	5
1.2	Illustration de l'effet photo-électrique.	6
1.3	Illustration de la création de paires.	7
1.4	Section efficace différentielle Compton représentée pour différentes énergies en fonction de l'angle de diffusion ($1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$).	8
1.5	Représentation de la projection de l'impulsion de l'électron sur le vecteur de transfert d'impulsion entre le photon incident et le photon diffusé.	9
1.6	Distribution des profils Compton effectifs du Si et du CeBr_3	10
1.7	Coefficient d'atténuation linéique par effets Compton et photo-électrique dans le silicium (Si), le bromure de cérium (CeBr_3) et le tungstène (W).	11
1.8	Rapport des coefficients d'atténuation linéiques par effets Compton et photo-électrique dans le silicium (Si) et le bromure de cérium (CeBr_3).	11
1.9	Mesure d'énergie déposée par des rayons gamma de 662 keV dans un cristal de LYSO $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un SiPM HBK S13360-3050CS.	12
1.10	Parcours moyen déroulé des électrons dans la matière en fonction de leur énergie cinétique.	13
1.11	Quantité de charges collectées par conversion directe en fonction de la tension d'alimentation.	15
1.12	Schéma d'une jonction PN d'un semi-conducteur polarisé en alimentation inverse. On observe que la zone déplétée n'est pas électriquement neutre et présente un champ électrique proportionnel à la tension.	17
1.13	Toute première radiographie de la main de Mme Röntgen.	19
1.14	Schéma d'un PMT (source : Philippe Després, Wikipédia). La tension d'alimentation des PMT est souvent supérieure à 1 kV.	22
1.15	Principe de fonctionnement d'un détecteur utilisant un collimateur sténopé ou pinhole.	25
1.16	Principe d'imagerie à masque codé : (de gauche à droite) masque codé, distribution de photons sur le plan du détecteur, image de l'activité reconstruite et superposition avec une photographie de la scène imagée (source : [Gmar et al. 2011]).	26
2.1	Visualisation de la caméra Compton simulée dans GATE grâce à l'outil OpenGL. Le diffuseur apparaît en jaune et l'absorbeur en bleu.	38

2.2	Représentation d'un évènement Compton et du cône reconstruit. e_1 est l'épaisseur du diffuseur, e_2 celle de l'absorbeur et d la distance entre les deux faces avant.	39
2.3	Quelques types possibles d'évènements pour un rayon gamma détecté par la caméra Compton. Chaque nouvelle apparition de flèche suppose une diffusion Compton. Lorsque le photon s'arrête, c'est un effet photo-électrique (source : [M. Hmissi 2019]).	41
2.4	Résolution de l'Eq. 2.1 en fonction de E_1 pour 100 keV et 511 keV. . . .	45
2.5	Étude de la dérive de la moyenne sur l'angle α simulée par rapport à la moyenne théorique pour 100 keV et 511 keV.	45
2.6	Distribution de l'angle Compton obtenu à partir d'un tirage Monte Carlo de valeurs aléatoires autour de E_1 et E_2 à 511 keV pour une incertitude relative de 10% et pour un angle initial de 180°	46
2.7	Comparaison entre l'incertitude FWHM sur α estimée algébriquement et par Monte Carlo pour 4 énergies différentes.	47
2.8	Incetitude de l'angle de diffusion Compton en fonction de l'énergie du rayon gamma liée à l'élargissement Doppler ou à une incertitude relative sur la mesure de l'énergie de 10% pour des angles de diffusion compris entre 35° et 90°	48
2.9	Distributions de l'angle α pour $E = 200$ keV et $\Delta E/E = 10\%$ obtenues par Monte Carlo (en orange), ou analytiquement en minimisant une (en vert) ou quatre (en bleu) gaussiennes sur la distribution de p_z pour une interaction Compton dans un cristal de CeBr_3	50
2.10	Représentation de l'incertitude $\Delta x y_1$ et de sa répercussion comme une incertitude sur l'angle α	51
2.11	Représentation de l'intersection du cône Compton avec ses incertitudes sur un plan à 35 cm perpendiculaire à l'axe de la caméra où le niveau de gris de chaque pixel et donné soit par $h_v(x_v, y_v, z_v)$ (à gauche) soit par $h_p(x_p, y_p, z_p)$ (à droite) soit par simulation Monte Carlo (au centre) pour un évènement Compton de paramètres (en millimètres et MeV) ($(E_1 = 0.06, x_1 = 30, y_1 = 30, z_1 = 0)$, $(E_2 = 0.450, x_2 = 0, y_2 = 0, z_2 = -32)$) correspondant à un cône Compton de paramètres ($\alpha = 30^\circ$, $\theta = -20^\circ$, $\varphi = -45^\circ$) avec pour incertitudes $\Delta x y_1 = 1.5$ mm, $\Delta z_1 = 2.5$ mm, $\Delta x y_2 = 1.5$ mm et $\Delta z_2 = 4$ mm, $\Delta E/E = 9.4\%$	53
2.12	Représentation schématique de la détection d'un rayon gamma provenant d'un voxel de l'image lorsque la diffusion a lieu dans l'absorbeur. . . .	56
2.13	Coupe transverse d'un fantôme de Derenzo (a) reconstruite par rétro-projection (b) et par l'algorithme LM-MLEM (c).	57
2.14	Représentation schématique de la détection d'un rayon gamma provenant d'un voxel de l'image lorsque la diffusion a lieu dans le diffuseur. . . .	59
2.15	Disposition des sources radioactive ponctuelles d'énergies différentes et d'activités identiques sur un plan situé à 20 m de la face avant de la caméra Compton.	62

2.16 Activités relatives des sources radioactives ponctuelles reconstruites avec les algorithmes (en trait discontinu) PE-LM-MLEM et (en trait plein) LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).	62
2.17 Image des activités normalisées au maximum des sources radioactives ponctuelles d'énergies différentes simulées avec la même activité sans erreur de mesures reconstruites avec les algorithmes (à gauche) LM-MLEM et (à droite) PE-LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).	63
2.18 Images des activités normalisées au maximum des sources radioactives ponctuelles simulées de différentes énergies, d'activités identiques, avec les incertitudes de mesures $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm and $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV reconstruites avec les algorithmes (à gauche) LM-MLEM et (à droite) PE-LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).	64
2.19 Activités relatives des sources radioactives ponctuelles avec $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm and $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV et reconstruites en utilisant les algorithmes (traitillé) PE-LM-MLEM et (trait plein) LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).	64
2.20 Spectre d'énergies simulé avec une résolution en énergie de $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV (courbe noire) et reconstruit avec l'algorithme PE-LM-MLEM (courbe bleue) (source : [Mehadji et al. 2018]).	65
2.21 Image spectrale des sources radioactives ponctuelles simulées avec la même activité et reconstruites avec l'algorithme PE-LM-MLEM (à gauche) sans incertitude de mesure et en supposant une absorption totale dans l'absorbeur ($E_2 = E - E_1$), et (à droite) avec les incertitudes de mesures $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm, $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV et sans assumer une absorption totale dans l'absorbeur (source : [Mehadji et al. 2018])	66
2.22 Disposition des sources ponctuelles radioactives de 511 keV et d'activités identiques (0.245 MBq) sur un plan situé à 35 cm de la face avant de la caméra.	68
2.23 Reconstruction des sources radioactives ponctuelles simulées pour une caméra Compton mimant les performances du premier prototype Temporal avec un diffuseur de $3 \times 3 \times 0.5$ cm ³ et un absorbeur de $3 \times 3 \times 1.2$ cm ³ séparés de $d = 3.2$ cm. Une fenêtre en coïncidence entre le diffuseur et l'absorbeur de 300 ns est utilisée ainsi qu'un seuil de détection en énergie à de 60 keV. Seuls les évènements à 3σ autour du pic photoélectrique sont conservés. Les résultats sont affichés après 10 itérations des différentes implémentations de l'algorithme LM-MLEM avec (en haut à gauche) une implémentation telle que décrite en 2.3.1, (en haut à droite) l'ajout de ν_j dans l'Eq. 2.23, (en bas à gauche) l'ajout de ν_j et $1/K_j$ dans l'Eq. 2.23 et (en bas à droite) l'ajout de ν_j , $1/K_j$ et $1/F_j$	69

2.24 Reconstructions par l'algorithme LM-MLEM de quatre simulations différentes avec itérations à partir de l'Eq. 2.23 où les facteurs ν_j et $1/F_j$ sont ajoutées. Seuls les évènements Compton pour lesquels la diffusion vers l'avant est certaine sont reconstruits.	70
2.25 Mesure de la distance angulaire $d\alpha$ entre le cône Compton mesuré et le point source. Elle correspond à l'angle dessiné en rouge moins α . L'ARM est donnée par la dispersion de l'ensemble des $d\alpha$ (FWHM des mesures de $d\alpha$).	72
2.26 Résolution angulaire de la caméra en fonction de d pour des évènements Compton de types (a) et (d). $e_1 = 0.25$ cm pour $E = 200$ keV, et 1.5 cm pour $E = 2$ MeV et 662 keV, $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm et $\Delta E/E = 8.9\%$ @ 511 keV.	73
2.27 Sensibilité de la caméra en fonction de d pour des évènements Compton de types (a) et (d). $e_1 = 0.25$ cm pour $E = 200$ keV, et 1.5 cm pour $E = 2$ MeV et 662 keV, $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm et $\Delta E/E = 8.9\%$ @ 511 keV.	73
2.28 Intersection sur un plan normal à l'axe de la caméra placé à 35 cm de la face avant de la caméra des cônes Compton irrelevants reconstruits pour des rayons gammas émis par une source de ^{22}Na placée à 35 cm de la face avant de la caméra rétrodiffusés par l'absorbeur. La surface de détection est de 3×3 cm ² , $d = 3.2$ cm $e_1 = 0.5$ cm, $e_2 = 1.2$ cm et $\Delta E/E = 10\%$. Le champ de vue angulaire de la caméra est de 90°.	74
2.29 Résolution angulaire de la caméra lorsque les incertitudes de mesures sont simulées une à une en considérant toutes les autres comme nulles pour $E = 662$ keV, $e_1 = 1.5$ cm, $e_2 = 3$ cm et $d = 3.2$ cm.	75
2.30 Sensibilité de la caméra en fonction de e_1 pour des évènements Compton de types (a) et (d) (source : Mehadji et al. 2018).	75
2.31 Proportion d'interactions uniques dans le diffuseur en fonction de e_1 . Tous les évènements mesurés garantissent les conditions de l'Eq. 2.2.	76
2.32 Proportion d'évènements Compton rétrodiffusés en fonction de e_1 . Tous les évènements mesurés garantissent les conditions de l'Eq. 2.2.	76
2.33 Illustration de la caméra Compton Temporal (source : [M. Hmissi 2019]).	78
2.34 Spectres d'énergies mesurées par la caméra Compton pour une source de ^{22}Na	79
2.35 Position de la source et température de la caméra en fonction de la position du pic à pleine énergie pour des rayons gamma de 511 keV.	79
2.36 Histogramme 2D des énergies déposées dans l'absorbeur en fonction des énergies déposées dans le diffuseur pour une source de ^{22}Na avec une coupure en énergie à 600 keV. Les évènements Compton pour lesquels le rayon gamma a déposé toute son énergie dans la caméra Compton sont entourés en rouge.	80
2.37 Spectres d'énergie simulés et mesurés des évènements Compton dans le diffuseur et l'absorbeur pour une source de ^{22}Na	81

2.38 Spectres d'énergie mesurés et simulés des évènements Compton dans le diffuseur pour une source de ^{22}Na	81
2.39 Efficacité de détection intrinsèque de la caméra Temporal en fonction du taux de photons incidents de 511 keV.	82
2.40 Disposition de la source de ^{22}Na sur le plan à 35 cm de face avant de la caméra pour l'étude de la sensibilité (cm).	83
2.41 Représentation de la sensibilité mesurée de la caméra Compton pour des rayons gamma de 511 keV par interpolation au plus proche voisin.	83
2.42 Intersection des cônes Compton mesurés pour une source de ^{22}Na placée à 35 cm de la face avant de la caméra avec (à droite) tous évènements Compton de 511 keV ($\pm 3\sigma$) et (à gauche) tous les évènements Compton de 511 keV ($\pm 3\sigma$) dont la diffusion vers l'avant par le diffuseur est certaine.	84
2.43 Mesure (à gauche) et simulation (à droite) de l'ARM pour une source de ^{22}Na placée en face de la caméra Compton.	85
2.44 Simulation de l'ARM pour une source de ^{22}Na placée en face de la caméra Compton et en sélectionnant uniquement les évènements diffusés vers l'avant.	85
2.45 Distribution des $1/F_j$ estimés à partir la méthode décrite en Section 2.2.3.2.	86
2.46 Reconstruction de 5 acquisitions de 30 minutes d'une source ponctuelle de ^{22}Na de 0.245 Mbq placée à 35 cm de la caméra aux positions $(x, y) = \{(0, 0), (-17.5, 0), (17.5, 0), (0, -17.5), (0, 17.5)\}$ cm. Les résultats sont affichés après 10 itérations des différentes implémentations de l'algorithme LM-MLEM avec (en haut à gauche) l'implémentation telle que décrite en 2.3.1 avec l'ajout du facteur v_j dans l'Eq. 2.23, (en haut à droite) l'ajout du facteur v_j et $1/K_j$ dans l'Eq. 2.23, (en bas à gauche) l'ajout des facteurs v_j , $1/K_j$ et $1/F_j$ dans l'Eq. 2.23 et (en bas à droite) l'utilisation des évènements Compton pour lesquels une diffusion vers l'avant par le diffuseur est certaine.	87
2.47 Dispositif expérimental pour l'imagerie stéréoscopique de sources de ^{18}F	88
2.48 Représentation des sources radioactives après 20 itérations de l'algorithme LM-MLEM : (en haut à gauche) coupe parallèle à la caméra en $z = 0$, (en haut à droite) coupe perpendiculaire à Oy en $y = 7$ cm, (en bas à gauche) $y = 4$ cm et (en bas à droite) $y = 10$ cm.	89
2.49 Reconstruction de la simulation présentée en Section 2.3.3.1 avec un seuil sur l'énergie déposée dans le diffuseur fixé à 20 keV et (à droite) avec un seuil à 60 keV. Les deux sont reconstruites par l'algorithme LM-MLEM présenté dans l'Eq. 2.28.	91
3.1 Spectre d'émission d'un cristal de LYSO (source : Saint-Gobain Ceramics Plastics 2018).	97

3.2	Spectres en énergie mesurés (en haut) et simulés (en bas) pour un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un PMT sans graisse optique pour des rayons gamma incidents (à gauche) de 60 keV, (au milieu) de 511 keV et (à droite) de 1275 keV. Les échelles d'énergie sont normalisées à 1 à 511 keV	100
3.3	Diagramme des étapes liées à la détection et l'analyse d'un phénomène physique.	102
3.4	Schéma d'un SiPM d'après Piatek [Slawomir 2016] avec (à gauche) une coupe transverse du layout, (au milieu) une vue de la face d'entrée du SiPM et (à droite) un schéma électronique équivalent simplifié.	103
3.5	PDE du SiPM HPK MPPC S13360-3050CS fournie par Hamamatsu Photonics K.K..	104
3.6	Schéma électronique d'une lecture différentiel du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplé à un cristal de LYSO.	105
3.7	Signal lu en amont et en aval du SiPM pour un évènement détecté dans le cristal scintillant.	105
3.8	Schéma électronique équivalent fourni par Hamamatsu pour le SiPM HPK MPPC S13360-3050CS lorsqu'une micro-cellule s'allume.	106
3.9	Schéma électronique équivalent du montage expérimental avec un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS.	107
3.10	Signaux moyens, normalisés au maximum, obtenus pour différents nombres de micro-cellules allumées.	108
3.11	Signal moyen normalisé au maximum pour 37 micro-cellules allumées (bleu), signal simulé pour une micro-cellule allumée, sans inductance entre le SiPM et l'oscilloscope, normalisé au maximum (orange) et signal simulé pour une micro-cellule allumée, avec une inductance de 149 nH entre le SiPM et l'oscilloscope, normalisé au maximum (vert).	109
3.12	Amplitude du signal généré par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS à la détection d'une impulsion laser en fonction du temps qui la sépare d'une première impulsion.	111
3.13	Charge mesurée et corrigée en fonction de l'énergie incidente pour un cristal de LYSO couplé à un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS composé de 3588 micro-cellules.	112
3.14	Spectres mesuré et corrigé pour une source radioactive de ^{22}Na	113
3.15	Représentation de l'impact du bruit électronique sur la mesure temporelle d'une impulsion (source : [Spieler 1982]).	113
3.16	Mesure du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité.	115
3.17	Description schématique de la disposition des 4 (à gauche) ou 8 (à droite) plus proches voisines de la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale (source : [Gallego et al. 2014]).	116

3.18	Mesure du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité. La première impulsion correspond à un comptage d'obscurité, la seconde à un <i>afterpulse</i> et la troisième un <i>crosstalk</i> retardé ou <i>delayed-crosstalk</i>	117
3.19	Histogramme des amplitudes des impulsions mesurées en plaçant le SiPM dans l'obscurité et avec $V_{ov} = 3$ V.	119
3.20	Montage électronique utilisé pour la mesure de la SPTR.	120
3.21	Schéma du montage électronique utilisé pour la mesure de la SPTR.	121
3.22	Illustration de l'effet d'un comptage d'obscurité sur le temps de déclenchement (position du seuil en rouge). On remarque que lorsque l'impulsion n'a pas complètement décru (en bleu), elle ajoute un biais temporel à la détection d'une impulsion de scintillation (peu avant 10 ns).	122
3.23	Montage optique pour la mesure de la SPTR. Notons que les parois sont peintes en noir pour limiter la diffusion des photons optiques.	123
3.24	Histogramme des différences de temps de déclenchement entre les deux signaux dupliqués.	123
3.25	Histogramme des mesures du moment du dépassement de seuil à ras du bruit par le signal émis par le SiPM relatif au début de l'enregistrement par l'oscilloscope (temps de déclenchement).	124
3.26	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 3$ V.	126
3.27	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée et projection sur l'axe des amplitudes des impulsions détectées entre 100 et 500 ns.	127
3.28	Projection des impulsions détectées entre 200 et 500 ns dans des bins de 1 ns.	129
3.29	Histogramme des amplitudes des impulsions de tension inférieure à 7 mV observées par tranches de 2 ns.	130
3.30	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée avec (en bleu) le résultat de l'ajustement de l'Eq. 3.13 et de son incertitude à 1 sigma.	130
3.31	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée utilisée pour ajuster τ_{bulk} et C_{AP} . A droite, (en orange) la projection de l'histogramme 2D sur l'axe des abscisses et (en bleu) le résultat de l'ajustement.	131
3.32	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour ajuster C_{CT} . À droite, (en orange) la projection de l'histogramme 2D sur l'axe des abscisses et (en bleu) le résultat de l'ajustement.	132

3.33	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 8$ V.	133
3.34	Schéma récapitulatif des étapes de la simulation du signal généré par un SiPM.	137
3.35	Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée construit à partir de données simulées avec GATE pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 3$ V.	138
3.36	Pics à pleine énergie (en haut) mesurés et (en bas) simulés avec un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5$ mm ³ couplé à un SiPM à (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV. Les échelles d'énergie sont normalisées à 1 à 511 keV.	140
3.37	Signaux moyens mesurés et simulés avec leurs incertitudes à 1 sigma pour (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV.	141
3.38	Signaux moyens simulés avec et sans certaines sources de bruits pour (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV.	143
3.39	Distributions des temps de coïncidence mesurées pour trois positions de la source radioactive de ⁶⁸ Ge.	145
3.40	CTR mesurée pour différentes tensions d'alimentation des SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplés à des cristaux de $3 \times 3 \times 5$ mm ³ encapsulés dans du Teflon et en utilisant une source radioactive de ⁶⁸ Ge.	146
3.41	Variation du bruit dans deux SiPM (en rouge et en bleu) en fonction de la variation de la tension d'alimentation.	147
3.42	CTR mesurée et simulée pour différentes tensions d'alimentation des SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplés à des cristaux de $3 \times 3 \times 5$ mm ³ encapsulés dans du Teflon.	149

Liste des tables

1.1	Dépendance en Z et E des différents types d'interaction.	10
1.2	Résumé des performances des différents types de détecteur.	23
1.3	Comparaison de quelques imageurs à collimation géométrique proposés pour le démantèlement nucléaire [IAEA 2017]. La résolution angulaire désigne la capacité à discerner deux points sources d'après leur distance angulaire vue depuis le détecteur.	27
1.4	Comparaison de quelques caméras Compton développées pour le démantèlement nucléaire. La résolution angulaire désigne la capacité à discerner deux points sources d'après leur distance angulaire vue depuis le détecteur.	32
3.1	Variation de la position des pics à pleine énergie et de leur FWHM entre la mesure et la simulation après correction de la non-linéarité du rendement de scintillation.	100
3.2	Aires des gaussiennes ajustées sur la projection des impulsions détectées entre 100 et 500 ns correspondant aux impulsions avec 0, 1, 2, 3 et 4 <i>crosstalks</i> (CT).	127
3.3	Comparaison entre les probabilités de <i>crosstalks</i> mesurées et celles calculées avec le modèle à 4 ou 8 plus proches voisins.	128
3.4	Comparaison des paramètres de bruit du SiPM (Mesure) utilisés par GATE et de leurs estimations à partir des données simulées (Simulation) avec GATE.	139
3.5	Comparaison des probabilités de <i>crosstalks</i> du SiPM (Mesure) utilisés par GATE et de leurs estimations à partir des données simulées (Simulation) avec GATE. Notons que les probabilités de <i>crosstalk</i> mesurés sont différentes de celles présentées en Table 3.3 car un cristal nu de LYSO de $3 \times 3 \times 5 \text{ cm}^3$ est placé sur le SiPM.	139
3.6	Comparaison entre les positions et les résolutions relatives à 60, 511 et 1275 keV des pics à pleine énergie mesurés et simulés après correction de la saturation.	142
3.7	Positions et résolutions relatives des pics à pleine énergie obtenues par simulation sans correction de la saturation en déclenchant un à un les différents types de bruit des SiPM.	142

3.8 Positions de pics des distributions du temps de coïncidence comparées
aux positions calculées d'après l'éloignement de la source radioactive.
de la différence de temps de détection moyen entre les deux modules en
fonction de la position de la source radioactive. 145

Liste des acronymes

ADC

Analog to Digital Converter [101](#)

AFM

Microscope à Force Atomique [98](#), [101](#)

ALARA

As Low As Reasonably Achievable [4](#)

APD

Avalanche Photo Diode [18](#), [102](#)

ARM

Angular Resolution Mesure [72](#)

ART

Algebraic Reconstruction Technique [71](#)

CCD

Charge-Coupled Device [18](#), [21](#)

CMOS

Complementary Metal Oxide Semiconductor [18](#), [21](#)

CTR

Coincidence Time Resolution [144](#)

DCR

Dark Count Rate [114](#)

FBP

Filtered Back-Projection [57](#)

FPGA

Field-Programmable Gate Array [102](#)

FWHM

Full Width at Half Maximum [13](#)

GBF

Générateur basses fréquences [122](#)

IRM

Imagerie par résonance magnétique [22](#)

LM-MLEM

List-Mode Maximum Likelihood Expectation Maximization [58](#)

MCP-PMT

Micro-Channel Plate-Photo-Multiplier Tube [22](#)

MLEM

Maximum Likelihood Expectation Maximization [58](#)

MOSFET

Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor [18](#)

PDE

Photon Detection Efficiency [103](#)

PMT

Photo-Multiplier Tube [21](#), [22](#)

QDC

Charge to Digital Converter [101](#)

SiPM

Silicon Photo-Multiplier [12](#), [21](#)

SPTR

Single Photon Time Resolution [22](#), [113](#), [124](#), [125](#)

TDC

Time to Digital Converter [102](#)

TEP

Tomographie par émission de positons [26](#), [37](#)

Introduction

Le principe de caméra Compton est basé sur la détection en coïncidence de couples d'évènements correspondant à l'interaction d'un rayon gamma par effet Compton, suivie de l'absorption totale du photon diffusé. L'information des deux positions d'interaction et des énergies déposées permet de déterminer un cône d'incidences possibles pour le rayon gamma. Ainsi, il est possible de localiser les sources radioactives à l'origine de l'émission de ces rayons gamma, qui se trouvent à l'intersection des cônes. Pour beaucoup de prototypes, les modules utilisés pour la détection de la diffusion Compton et pour l'absorption du photon diffusé sont dissociés. Ces modules sont respectivement appelés le diffuseur et l'absorbeur.

La caméra Compton a pour visée principale le secteur médical, le démantèlement nucléaire et le domaine spatial. En sûreté nucléaire, l'utilisation d'imageurs permet de localiser des sources radioactives et aussi dans l'idéal de déterminer leur composition et leur activité. Un des prérequis pour ces imageurs est d'avoir un large champ de vue, d'être compact et d'être facilement transportables pour pouvoir imager des sources étendues et couvrir de grandes zones. Aussi, la construction d'une caméra Compton s'avère complexe et les détecteurs utilisés doivent répondre de bonnes résolutions spatiales et en énergie, surtout pour le diffuseur qui sera alors souvent composé de matériaux semi-conducteurs.

En 2015, Alain Iltis et Hichem Snoussi ont publié un article sur l'apport potentiel des photomultiplicateurs à base de silicium (SiPM) pour l'estimation des positions d'interaction dans un cristal monolithique grâce à leur performance temporelle [Iltis; Snoussi 2015]. L'existence de cristaux scintillants comme le bromure de lanthane ($\text{LaBr}_3:\text{Ce}$) ou le bromure de cérium (CeBr_3) avec des résolutions en énergie proches de 5% à 511 keV devaient permettre de se substituer à un diffuseur en semi-conducteur tout en garantissant une meilleure sensibilité. Une seule technologie allait donc pouvoir être mise à contribution pour le diffuseur et pour l'absorbeur. Ceci devait permettre de rendre la production d'une caméra Compton moins coûteuse et plus facile. En 2016, la startup Damavan Imaging, en collaboration avec le Centre de Physique des Particules de Marseille (CPPM), la startup Weeroc, l'Université Technologique de Troyes (UTT) et Mirion Technologies ont obtenu un financement de l'ANDRA, suite à l'appel à projet piloté par l'ANR pour le Programme d'investissement d'avenir (PIA) dédié à l'optimisation de la gestion des déchets radioactifs résultant du démantèlement nucléaire [TEMPORAL 2015].

La caméra Compton sera composée d'un absorbeur et d'un diffuseur en CeBr_3 couplés à des SiPM. Un premier prototype basé sur l'utilisation de SiPM digitaux

(dSiPM) de Philips, plus simples à intégrer que des SiPM analogiques, a été construit par Damavan imaging.

Mon travail de thèse avait pour but principal de développer un modèle Monte Carlo pour étudier la caméra Compton, en estimer ses performances en termes de résolution et de sensibilité, et de développer des algorithmes de reconstruction d'images dédiés. Le modèle Monte Carlo présenté dans ce travail simule des performances a priori des modules de détection utilisés comme diffuseur et comme absorbeur en termes de résolution spatiale, de résolution en énergie et de résolution temporelle. Pour mieux anticiper l'utilisation de SiPM analogiques sur les performances des modules de détection, j'ai proposé dans la seconde partie de mon travail une description Monte Carlo précise du fonctionnement des SiPM analogiques, que j'ai validée tant du point de vue spectrométrique que du point de vue temporel par des mesures expérimentales.

Mon manuscrit de thèse est décliné de la manière suivante : le premier chapitre permet de contextualiser le prototype Temporal. Je parcours et liste les différents types d'imageurs X et gamma utilisés dans le domaine médical ou pour la sûreté nucléaire préalablement à l'exposé de l'état de l'art de l'imagerie Compton, puis j'introduis plus avant le télescope Temporal.

Le second chapitre est consacré à la modélisation de la caméra Compton, au développement d'algorithmes de reconstruction d'images et à la caractérisation de la première version exploitant les matrices de dSiPM développées par Philips. Ce chapitre est aussi l'occasion de s'aventurer dans l'imagerie stéréoscopique, ainsi que de proposer le concept de confiance sur la mesure de l'interaction Compton afin d'apporter une information supplémentaire aux algorithmes de reconstruction d'images.

Le dernier chapitre détaille le fonctionnement électronique des SiPM analogiques ainsi que l'implémentation d'un modèle Monte Carlo de SiPM dans GATE et sa validation expérimentale tant du point de vue spectrométrique que des performances temporelles des SiPM pour des applications de timing rapide. Enfin, cette implémentation m'a permis d'étudier l'impact des différents types de bruit des SiPM sur les mesures, ce dont je discute en fin de chapitre.

1. Généralités

Sommaire

1.1	Introduction	4
1.2	Interaction des rayons X/gamma avec la matière	4
1.2.1	La diffusion de Rayleigh	6
1.2.2	L'effet photo-électrique	6
1.2.3	La création de paires	7
1.2.4	La diffusion Compton	7
1.2.5	Résumé	10
1.3	La détection de rayons X ou gamma	12
1.3.1	La détection des rayons gamma par conversion directe	14
1.3.1.1	Les détecteurs gazeux	15
1.3.1.2	Les détecteurs semi-conducteurs	16
1.3.2	La détection de rayons gamma par conversion indirecte	18
1.3.2.1	Détecteurs à mémoire par changement de caractéristiques optiques du milieu	19
1.3.2.2	Détecteurs à mémoire par piégeage d'électrons sur un niveau excité	20
1.3.2.3	Détecteurs à fluorescence	20
1.3.2.4	La conversion des photons de scintillation en signal électrique	21
1.3.3	En conclusion	23
1.4	Du détecteur vers l'imageur : la collimation	24
1.4.1	La collimation physique	24
1.4.1.1	Avantages et inconvénients de la collimation physique	26
1.4.2	La collimation électronique	26
1.4.2.1	Tomographes par émission de positons	26
1.4.2.2	Trajectographes	28
1.4.2.3	Camera Compton	28
1.4.2.4	Avantages et inconvénients la collimation électronique	28
1.4.3	Résumé	29
1.5	État de l'art de l'imagerie Compton	29
1.6	Le prototype Temporal	33

1.1. Introduction

En sûreté nucléaire, l'utilisation d'imageurs permet de localiser des sources radioactives et aussi dans l'idéal de déterminer leur composition et leur activité. Un des prérequis pour ces imageurs est d'avoir un large champ de vue et d'être facilement transportables pour pouvoir imager des sources étendues et couvrir de grandes zones. Aussi, plus l'imageur est sensible et bien résolu, plus il est possible de localiser rapidement des sources radioactives. Cela permet de diminuer le temps de manipulation de l'appareil et donc d'exposition du personnel selon le principe *As Low As Reasonably Achievable (ALARA)* [ALARA 2016] et d'accélérer le processus de traitement des déchets dans le cadre d'opérations de démantèlement nucléaire. Communément, les sources amenées à être imagées sont émettrices de rayons X ou gamma allant de la dizaine de keV jusqu'à 2 MeV.

Cette partie de ma thèse vise à contextualiser et motiver le développement de la caméra Compton Temporal pour le démantèlement et la sûreté nucléaire. C'est une problématique qui prend d'avantage d'importance depuis l'accident de Fukushima en 2011 ou encore du fait de la prééminence d'infrastructures nucléaires en fin d'activité, qui nécessitent d'être démantelées. Néanmoins, il est important de noter que les imageurs X et gamma sont communément utilisés dans le domaine médical et le domaine spatial.

Afin de répondre à la problématique posée, nous allons dans un premier temps décrire comment les rayons gamma interagissent avec la matière ; ceci permettant de comprendre comment les détecter. Enfin, nous verrons comment retrouver leur origine, permettant ainsi d'imager la distribution spatiale de sources radioactives.

1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

Un rayon X est un photon émis par un électron atomique qui se désexcite (fluorescence) ou par un électron libre dévié par le champ coulombien d'un noyau (rayonnement de freinage). Un rayon gamma, est quant à lui un photon émis par un noyau atomique qui se désexcite. Lorsque l'on détecte l'un de ces photons, il n'est pas possible de les distinguer autrement que par leurs énergies, du fait que les rayons gamma ont généralement une énergie supérieure (> 100 keV) à celle des rayons X (< 1 ou 2 MeV). Dans la suite de ce manuscrit, nous ne ferons donc aucune distinction entre eux et lorsque l'on parlera de rayons gamma, on admettra que le même raisonnement peut être appliqué pour des rayons X de la même énergie.

Si l'on considère un flux de photons traversant la matière, la quantité de rayonnement sortante sera alors inférieure à la quantité entrante. Ainsi, chaque photon a une probabilité non nulle d'interagir avec la matière, qui dépend de la densité¹ du

1. Ici, le terme densité est à prendre au sens large. On parle en fait de densité atomique et électronique.

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

milieu et de l'énergie du photon. Cette atténuation du flux suit la loi de Beer-Lambert (Eq. 1.1) où x est l'épaisseur du milieu, et μ est le coefficient d'atténuation linéique, qui dépend de la densité du milieu (plus précisément de son numéro atomique effectif) et de l'énergie des photons incidents.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (1.1)$$

Les rayons gamma interagissent avec la matière de quatre manières différentes : par diffusion cohérente, par effet photo-électrique, par création de paires et par diffusion Compton (dite aussi diffusion incohérente). Lorsqu'une diffusion cohérente de photons d'énergie supérieure à 1 keV a lieu, il s'agit principalement de la diffusion de Rayleigh.

La Figure 1.1 présente la prépondérance de chacun des effets en fonction de l'énergie du photon et du numéro atomique effectif (Z) de la matière traversée. On notera que la diffusion de Rayleigh n'est pas représentée. On remarquera aussi que pour une énergie comprise entre 0.5 et 2 MeV et pour un numéro atomique effectif $Z < 40$, la diffusion Compton est dominante. On peut en déduire que les photons de cette énergie subiront de multiples interactions avant d'être complètement absorbés lorsque $Z < 40$.

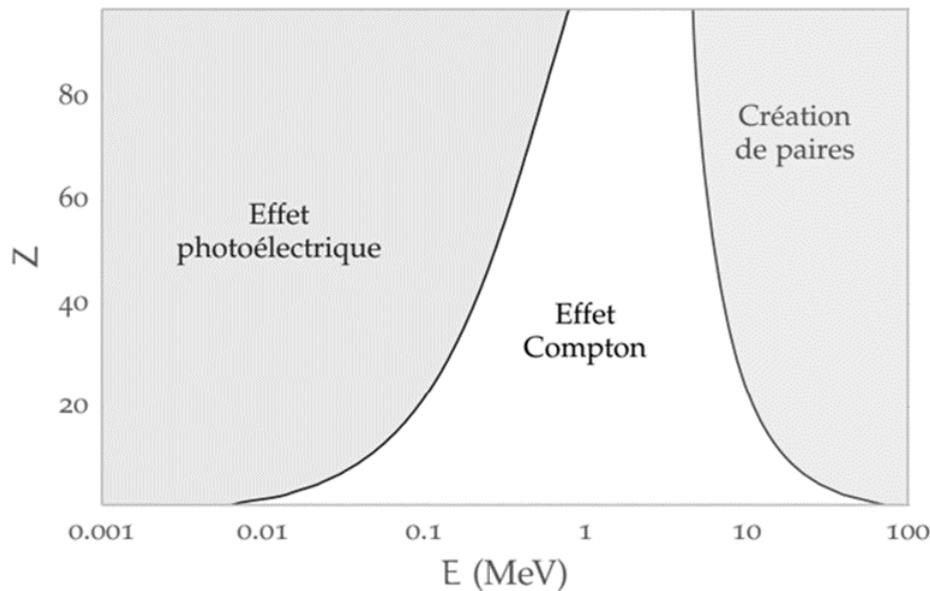


Figure 1.1. – Prépondérance des types d'interaction en fonction du numéro atomique effectif Z du milieu et de l'énergie E du photon.

1.2.1. La diffusion de Rayleigh

Dans ce cas de figure, l'interaction d'un photon avec un électron provoque l'émission d'un nouveau photon de même énergie, mais de direction différente. Il n'y a donc pas de perte d'énergie. De ce fait, l'interaction est dite élastique. La probabilité d'émission du photon selon un angle θ par rapport à l'angle d'incidence du photon absorbé varie comme $1 + \cos^2(\theta)$. Elle ne dépend donc pas de l'énergie du photon. Si l'on étudie la fonction $1 + \cos^2(\theta)$, on observe que bien que la diffusion se produit majoritairement vers l'avant et vers l'arrière, elle reste très dispersée spatialement.

La probabilité de la diffusion de Rayleigh varie comme la densité électronique effective du milieu élevée au carré (Z^2) et comme l'inverse du carré de l'énergie du photon ($1/E^2$). Aussi, jusqu'à 100 keV, la diffusion de Rayleigh représente près de la moitié des interactions.

La diffusion de Rayleigh ne déposant pas d'énergie, il est difficile de la mesurer. Etant donné sa prépondérance, nous pourrions discuter par la suite de l'influence de cette diffusion dans la localisation de sources radioactives en imagerie Compton.

1.2.2. L'effet photo-électrique

Avec l'effet photo-électrique, il est question de l'ionisation d'un électron atomique, c'est-à-dire du transfert total de l'énergie du photon à l'électron d'énergie de liaison inférieure à celle du photon. L'énergie cinétique de l'électron ionisé est alors égale à l'énergie du photon incident (E) moins son énergie de liaison (E_l).

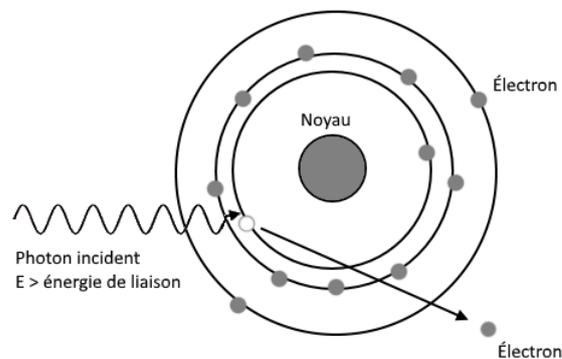


Figure 1.2. – Illustration de l'effet photo-électrique.

Lorsque leur énergie le permet, les photons interagissent principalement avec les électrons proches du noyau du fait d'une plus grande densité électronique. Pour chaque électron éjecté d'un atome s'ensuit un réarrangement du cortège électronique où les électrons des couches supérieures vont se rapprocher du noyau pour combler le vide laissé par l'électron ionisé. L'énergie de liaison peut être interprétée comme

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

un puits de potentiel. Aussi, plus un électron est proche du noyau, plus la profondeur du puits est élevée. Par exemple, la valeur absolue de l'énergie de liaison de la couche électronique K est plus élevée que celles de la couche L. Le repeuplement de la couche K par un électron de la couche L nécessite de libérer de une partie de son énergie en tombant dans un puits plus profond. Il en résulte une perte d'énergie de l'électron soit par effet Auger (ionisation d'un électron périphérique peu lié) soit par émission d'un photon de fluorescence (rayon X). Le photon X étant de faible énergie, il sera facilement réabsorbé par la matière. Pour un élément avec $Z < 20$, l'émission Auger est 4 fois supérieure à l'émission par fluorescence.

La probabilité d'interagir par effet photo-électrique varie comme Z^n (avec Z le numéro atomique effectif caractérisant le milieu et $n = 4$ ou 5) et comme l'inverse de l'énergie du photon à la puissance 3.5 ($1/E^{3.5}$).

1.2.3. La création de paires

C'est un processus pour lequel le photon incident disparaît. Son énergie se matérialise au voisinage du champ électromagnétique d'un noyau par la création d'une paire électron-positon (Figure 1.3). Lorsqu'un positon a perdu son énergie et est au repos, il s'annihile avec un électron pour créer le plus souvent deux photons de 511 keV émis en sens opposés. Pour qu'il y ait création de paires, le photon doit avoir une énergie supérieure à la somme des énergies de masse au repos de l'électron et du positon, soit 1022 keV.

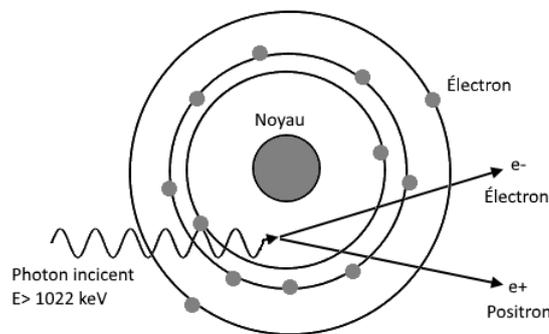


Figure 1.3. – Illustration de la création de paires.

La probabilité de création de paires augmente avec l'énergie du photon et varie comme Z^2 .

1.2.4. La diffusion Compton

La diffusion Compton est inélastique. Le photon incident "cède" une partie de son énergie à un électron des couches périphériques. Par approximation, la somme

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

des impulsions (ou quantités de mouvement) de l'électron mis en mouvement et du photon diffusé est égale à l'impulsion du photon incident. De même, les énergies sont conservées elles aussi. On peut en déduire l'énergie cinétique de l'électron à partir de celle du photon diffusé et inversement. En considérant l'électron comme étant au repos et en négligeant son énergie de liaison, qui est de l'ordre de quelques électronvolts seulement, on peut alors écrire la relation suivante :

$$E' = \frac{E}{1 + (1 - \cos\theta) \frac{E}{m_e c^2}} \quad (1.2)$$

Où E est l'énergie du photon incident, E' celle du photon diffusé, $m_e c^2$ l'énergie de masse au repos d'un électron (0.511 MeV) et θ l'angle de diffusion Compton. Toujours dans cette approximation, la probabilité d'avoir un photon diffusé selon un angle θ par effet Compton dépend uniquement de l'énergie E du photon incident et décroît en fonction de celle-ci. De même, en considérant que les photons ne sont pas polarisés, la section efficace différentielle de diffusion Compton par unité d'angle solide ($\frac{d\sigma}{d\Omega}$) est donnée par la formule de Klein-Nishina et permet de calculer la probabilité qu'une diffusion Compton ait lieu avec un angle θ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \left[\frac{E'}{E} + \frac{E}{E'} - \sin^2(\theta) \right] \quad (1.3)$$

Ici, r_e est le rayon classique d'un électron, E l'énergie du photon incident et E' l'énergie du photon diffusé. La Figure 1.4 présente la section efficace différentielle Compton en fonction de l'angle de diffusion. On observe que pour les basses énergies, la probabilité de diffuser vers l'arrière est proche de celle de diffuser vers l'avant. Ainsi, ce n'est que dès lors que l'énergie du photon dépasse le MeV que l'on peut négliger la rétrodiffusion.

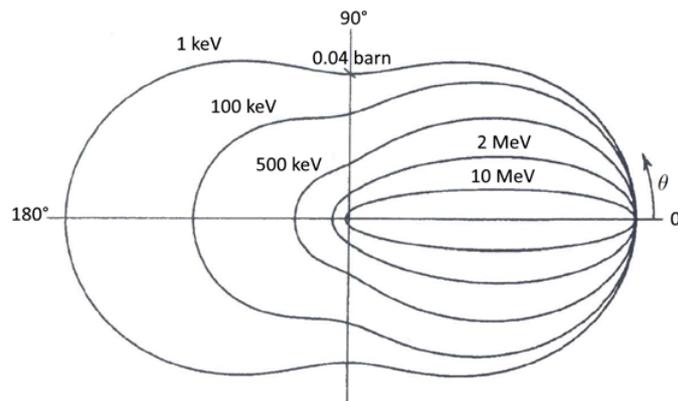


Figure 1.4. – Section efficace différentielle Compton représentée pour différentes énergies en fonction de l'angle de diffusion (1 barn = 10^{-28} m²).

Dans la diffusion Compton, le mouvement des électrons n'est plus négligeable pour

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

les photons de basse énergie (< 10 MeV). En effet, le photon diffusé partira dans une direction formant un angle θ avec la direction du photon incident, qui dépend de l'impulsion de l'électron avant la diffusion. Soit p_z la projection de l'impulsion de l'électron sur le vecteur de transfert d'impulsion entre le photon incident et le photon diffusé (Figure 1.5), l'Eq. 1.2 devient alors [Ordenez et al. 1997b]:

$$p_z = \frac{E' - E(E - E')(1 - \cos\theta)/m_e c^2}{\sqrt{E^2 + (E - E')^2 - 2E(E - E') \cos\theta}} \quad (1.4)$$

On pourra noter que cette nouvelle équation est égale à Eq. 1.2 lorsque $p_z = 0$. Le profil Compton d'une couche électronique, qui est donné par la distribution de p_z , est alors responsable de la dispersion d'énergie du photon diffusé à un angle donné appelé élargissement Doppler (*Doppler broadening*).

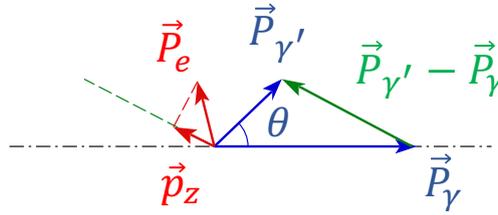


Figure 1.5. – Représentation de la projection de l'impulsion de l'électron sur le vecteur de transfert d'impulsion entre le photon incident et le photon diffusé.

Ainsi, on peut écrire la section efficace différentielle double Compton par unité d'angle solide et par unité d'énergie transférée entre le photon incident et le photon diffusé ($E - E'$) en fonction de l'angle de diffusion [Ribberfors 1975] :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d(E - E')_n} = \frac{mr_e^2}{2E} \left(\frac{E'}{E} \right) \left[\frac{E'}{E} + \frac{E}{E'} - \sin^2\theta \right] \times \frac{E'}{\sqrt{E^2 + (E - E')^2 - 2E(E - E') \cos\theta}} J_n(p_z) \quad (1.5)$$

où m est la masse de l'électron et $J_n(p_z)$ est le profil Compton de la $n^{\text{ème}}$ couche électronique de l'atome cible. Les profils Compton ont été tabulés par Biggs et al. en fonction du numéro atomique de l'atome cible [Biggs et al. 1975]. D'après l'Eq. 1.4, on peut noter que l'angle θ dépend de p_z et par conséquent que l'élargissement Doppler, *i.e.* sa distribution autour de $\theta(p_z = 0)$, dépend de $J_n(p_z)$.

Plus l'atome cible est lourd, plus les électrons périphériques sont éloignés du noyau. De ce fait, $J_n(p_z)$ est d'autant plus étalé que l'atome est lourd. A titre d'exemple, la Figure 1.6 présente les profils Compton effectifs (résultant de l'ensemble des couches électroniques) des matériaux cibles de silicium (Si) et de bromure de cérium (CeBr₃).

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

	Dépendance en Z	Dépendance en E
Effet photo-électrique	Z^4 ou Z^5	$1/E^{3.5}$
Diffusion de Rayleigh	Z^2	$1/E^2$
Diffusion Compton	Z	Diminue avec l'énergie
Production de paire	Z^2	Augmente avec l'énergie

Table 1.1. – Dépendance en Z et E des différents types d'interaction.

On constate que l'élargissement Doppler sera plus important pour le CeBr_3 que pour le silicium.

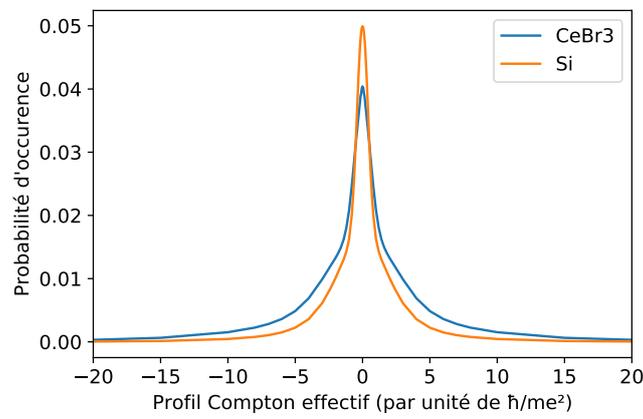


Figure 1.6. – Distribution des profils Compton effectifs du Si et du CeBr_3 .

Enfin, la probabilité d'interagir par effet Compton est proportionnelle au numéro atomique effectif Z et diminue avec l'énergie du photon incident.

1.2.5. Résumé

Il existe quatre grands types d'interaction dont les probabilités d'occurrence dépendent principalement de l'énergie du rayon gamma et du numéro atomique effectif (*i.e.* approximativement de la densité) du milieu. La Table 1.1 récapitule ces dépendances.

La Figure 1.7 présente les coefficients d'atténuation linéiques par effets photo-électrique et Compton pour le silicium (un matériau léger semi-conducteur), le bromure de cérium (un matériau scintillant plus lourd) et le tungstène (un matériau de blindage très lourd) [Berger; Hubbell 1990]. On note que les coefficients d'absorption augmentent avec la densité du matériau.

1. Généralités – 1.2. Interaction des rayons X/gamma avec la matière

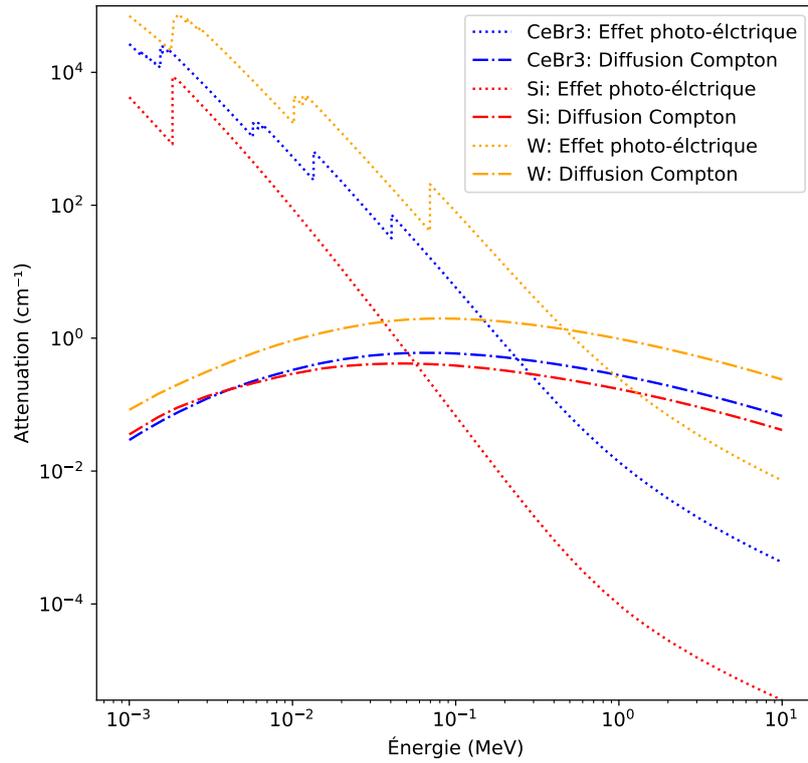


Figure 1.7. – Coefficient d'atténuation linéique par effets Compton et photo-électrique dans le silicium (Si), le bromure de cérium (CeBr₃) et le tungstène (W).

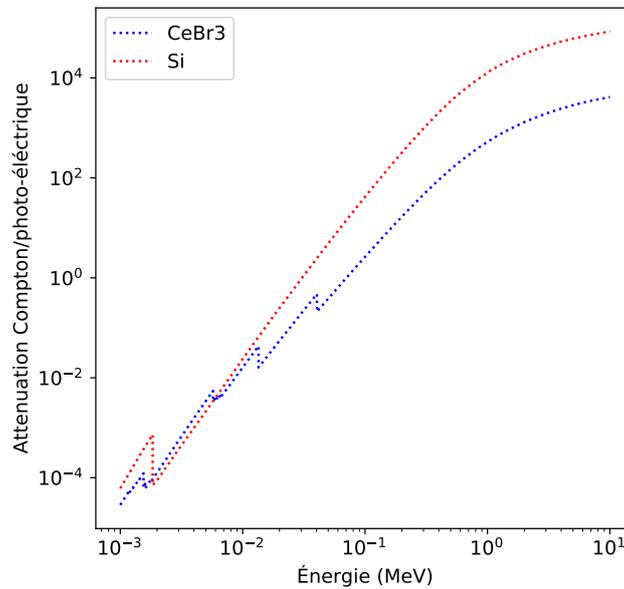


Figure 1.8. – Rapport des coefficients d'atténuation linéiques par effets Compton et photo-électrique dans le silicium (Si) et le bromure de cérium (CeBr₃).

Néanmoins, si l'on trace le rapport des coefficients d'atténuation linéiques par effet Compton et par effet photo-électrique, on remarque que pour des énergies supérieures à 10 keV, il est plus élevé pour le silicium que pour le bromure de cérium (Figure 1.8). De ce fait, si l'on veut privilégier les interactions Compton (bien que le nombre d'interactions soit plus faible), il faut préférer un matériau léger à un matériau lourd.

1.3. La détection de rayons X ou gamma

Afin de détecter une particule, il faut pouvoir mesurer une perturbation au passage de celle-ci. Or un rayon X ou gamma ne perturbe la matière que lorsqu'il dépose de l'énergie. Ainsi, si l'on est capable de détecter un dépôt d'énergie, on peut en déduire qu'un rayon X ou gamma peut en être l'origine. Nous avons vu en Section 1.2 qu'un photon ne dépose pas toujours de l'énergie. C'est le cas lors de la diffusion de Rayleigh, qui n'est donc pas détectable directement.

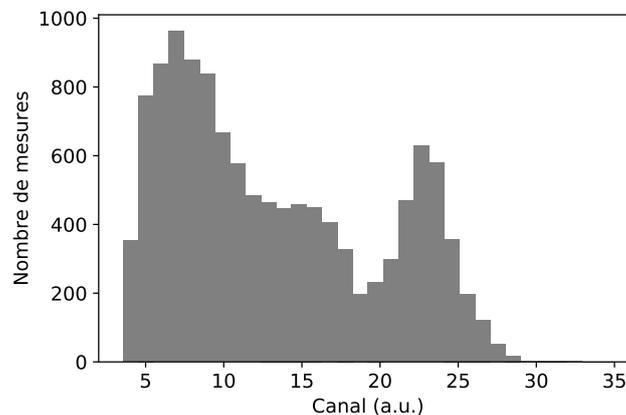


Figure 1.9. – Mesure d'énergie déposée par des rayons gamma de 662 keV dans un cristal de LYSO $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un SiPM HBK S13360-3050CS.

Un détecteur va permettre de mesurer et de localiser spatialement et temporellement une quantité d'énergie déposée, *i.e.* de donner une estimation sur la position (x, y, z) et le moment de l'interaction t . La Figure 1.9 présente l'histogramme de l'énergie déposée dans un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un *Silicon Photo-Multiplier (SiPM)* de type HBK S13360-3050CS (Hamamastu, Japon) irradié par une source radioactive de ^{137}Cs , qui émet des rayons gamma de 662 keV. On aperçoit que l'histogramme est représenté en unités arbitraires (a.u.); il n'est pas calibré en énergie. Il est donc nécessaire dans un premier temps de caractériser la réponse du détecteur en fonction de l'énergie pour étalonner en énergie cet histogramme. On aperçoit un pic autour de 23 a.u. au-delà duquel presque aucune énergie n'est mesurée. C'est le pic à pleine énergie ou photo-pic. En deçà de celui-ci, il s'agit donc de dépôts d'énergie incomplets correspondant à des interactions Compton. On observe que le pic à pleine énergie n'est pas un Dirac bien que 662 keV aient été totalement déposés

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

dans le cristal. Ceci découle du fait que la mesure de l'énergie est entachée d'une incertitude ΔE égale à la largeur à mi-hauteur du pic ou *Full Width at Half Maximum* (FWHM).

De manière similaire à la mesure de l'énergie, un détecteur sera aussi caractérisé par des incertitudes FWHM de mesure de la position ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) et du temps Δt ; et par son temps mort (temps pendant lequel un détecteur ne peut discerner ou détecter d'autres rayons gamma), qu'il soit paralysant (par exemple résultant de l'empilement ou *pileup* de plusieurs impulsions de scintillation) ou non-paralysant (par exemple à cause du temps nécessaire à la numérisation du signal).

La détection de rayons gamma se termine par la lecture d'un signal électrique. La résolution en énergie d'un détecteur est étroitement liée à son gain avant amplification. En effet, la mesure de la charge est considérée comme suivant une distribution de Poisson. C'est-à-dire que plus la charge lue est élevée, meilleure est l'estimation de l'énergie du photon gamma.

La résolution en temps d'une chaîne spectrométrique dépend majoritairement de pente du signal montant (dV/dt) et de l'amplitude du bruit électronique. Plus le signal monte rapidement et plus le bruit est de faible amplitude, meilleure est la résolution temporelle.

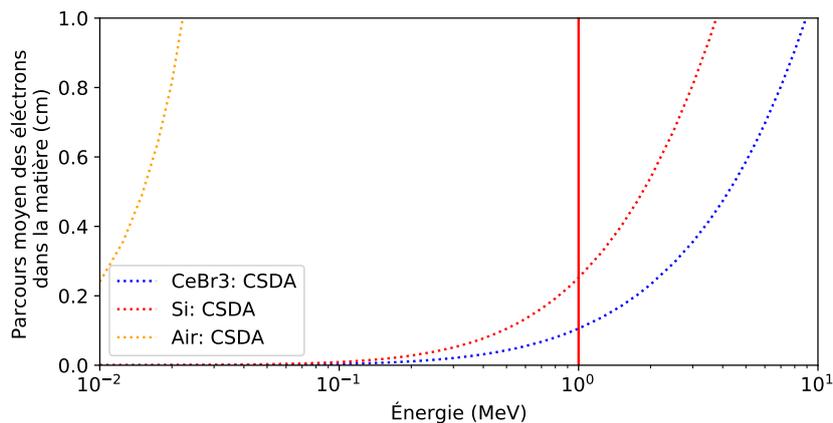


Figure 1.10. – Parcours moyen déroulé des électrons dans la matière en fonction de leur énergie cinétique.

Dans la Section 1.2, nous avons vu que les dépôts d'énergie se matérialisent par la mise en mouvement de particules, dont des électrons principalement. Ces électrons peuvent ainsi interagir avec d'autres électrons liés. On dit que la matière est ionisée. Il s'ensuit une cascade de libération d'électrons tant que l'énergie des électrons ionisants est supérieure à l'énergie de liaison des électrons dans la matière. Il est par ailleurs important de noter que si le parcours moyen de l'électron primaire est supérieur à la taille de la zone de détection, alors une partie de l'information sera perdue. La Figure 1.10 présente le parcours déroulé moyen des électrons dans le silicium, dans un cristal de CeBr₃ et dans l'air en fonction de l'énergie cinétique initiale de l'électron

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

ionisant. Les électrons ayant une trajectoire erratique, on peut approximer leurs parcours au tiers du parcours déroulé lorsque leur énergie est inférieure à 1 MeV. On notera que celui-ci est nettement supérieur au centimètre dans l'air au-dessus de 10 keV et supérieur à 1 mm dans le CeBr₃ et à 2.5 mm dans le silicium au-dessus de 1 MeV.

La quantité d'électrons libérés par l'interaction gamma est proportionnelle à l'énergie déposée. Il s'ensuit que l'on peut mesurer cette quantité d'électrons libérés de manière "directe" ou "indirecte".

Nous allons décrire par la suite ces deux approches afin de comprendre les avantages et inconvénients de chacune d'entre elles.

1.3.1. La détection des rayons gamma par conversion directe

Ce type de détection est dit à conversion directe car on cherche à déterminer la quantité d'électrons libérés par l'interaction avant qu'ils ne se recombinent à nouveau à un atome. Pour ce faire, on va chercher à conduire un signal électrique à travers un milieu ou un matériau qui n'est pas conducteur a priori grâce aux électrons libérés. Il suffit pour cela de polariser électriquement ce milieu afin d'attirer les électrons vers l'électrode positive (l'anode) et les trous vers l'électrode négative (la cathode). Cette tension de polarisation doit être suffisamment élevée pour que les électrons qui traversent la matière puissent atteindre l'anode malgré leur perte d'énergie due aux interactions avec le milieu (énergie perdue par rayonnement de freinage ou par collision). Si elle est juste assez élevée, le détecteur fonctionne alors en mode "ionisation".

Si l'énergie fournie par le champ électrique est supérieure à la somme de la perte d'énergie des électrons le long de leur parcours et de l'énergie de liaison des électrons du milieu, alors ces électrons libérés peuvent aussi mettre en mouvement d'autres électrons. Il se forme alors une "avalanche d'électrons". La quantité d'électrons finalement récoltée est alors supérieure au nombre d'électrons pouvant être mis en mouvement grâce à l'énergie déposée initialement par le rayon gamma, mais restera proportionnelle à cette dernière ainsi qu'à l'amplitude du champ électrique. Le détecteur fonctionne alors en mode "proportionnel".

À partir d'une tension seuil, les électrons sont tellement attirés qu'ils parviennent à mettre en mouvement tous les électrons rencontrés sur leur passage. Le nombre d'électrons ainsi collectés devient le même quelle que soit l'énergie initialement déposée. Le détecteur fonctionne alors en mode "Geiger". Enfin, si l'amplitude du champ électrique devient trop importante, voire supérieure à la rigidité diélectrique du matériau, les électrons liés aux noyaux acquièrent une énergie suffisante pour être libérés sans même recevoir d'énergie supplémentaire fournie par une interaction gamma. C'est donc la limite de champ applicable avant le "claquage" (formation d'un arc électrique).

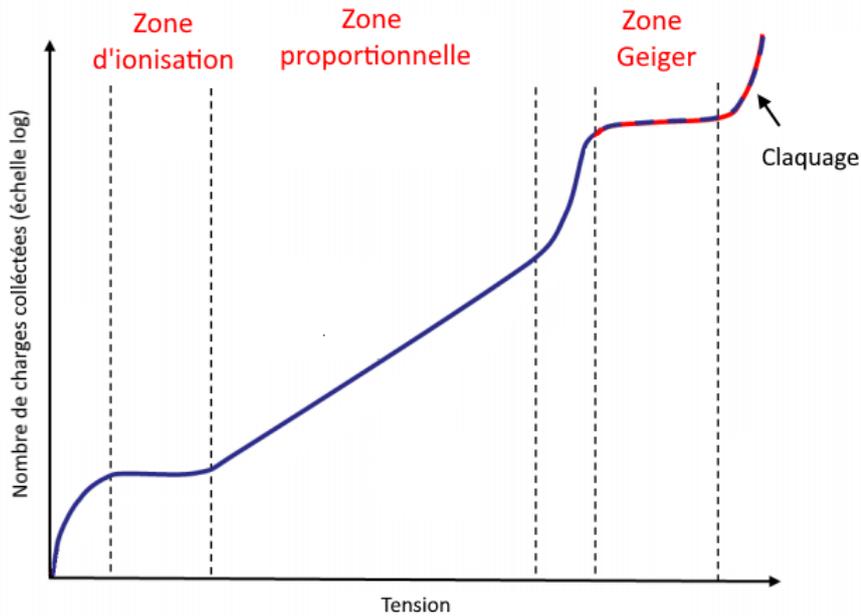


Figure 1.11. – Quantité de charges collectées par conversion directe en fonction de la tension d'alimentation.

L'ensemble de ces modes de fonctionnement est résumé dans la Figure 1.11. Ainsi, si on fonctionne en mode proportionnel, la quantité d'électrons collectée est une estimation de l'énergie du rayon gamma. Si on considère que cette collection de charges est une expérience de Poisson, plus la quantité d'électrons collectée est importante, meilleure est l'estimation de l'énergie du rayon gamma. On peut donc judicieusement choisir le matériau de détection tel que les électrons soient peu liés aux noyaux et promouvoir ainsi la mise en mouvement d'électrons secondaires. Les matériaux qui répondent à cette caractéristique sont les semi-conducteurs. Les détecteurs gazeux sont eux aussi fréquemment utilisés, mais pour une raison différente évoquée dans la sous-section qui suit.

1.3.1.1. Les détecteurs gazeux

Un détecteur gazeux définit un détecteur pour lequel le milieu qui sépare l'anode et la cathode est un gaz. Celui-ci étant de faible densité (électronique et atomique), ce type de détecteur est couramment utilisé en dosimétrie, notamment pour la radiothérapie, afin de vérifier que la dose déposée dans un milieu par un accélérateur linéaire est conforme aux attentes. Ce sont majoritairement des électrons libres entrant dans le milieu qui vont être accélérés par le champ électrique. Le détecteur permet par conséquent d'estimer le nombre d'électrons libres environnant tout en mesurant une quantité négligeable d'interactions gamma dans son propre milieu (du fait de la faible densité). Si le détecteur est assez petit comparé au parcours des électrons mis en mouvement autour de celui-ci, on dit qu'il ne perturbe pas l'équilibre

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

électronique et que le nombre de paires électron-trou détectées est proportionnel à la dose déposée dans le milieu environnant.

Les détecteurs gazeux sont aussi couramment utilisés pour mesurer le parcours de particules chargées dans le milieu (chambre à fils) ou pour détecter la radioactivité environnante (compteur Geiger-Müller). Les trois principales applications évoquées se distinguent essentiellement par leur différence de taille de détecteur et de tension d'alimentation. Une chambre d'ionisation mesure de quelques millimètres à quelques centimètres cubes où la tension aux bornes des électrodes est juste suffisante pour collecter les électrons déjà en mouvement. Une chambre à fils (ou chambre multifilaire proportionnelle) peut mesurer plusieurs mètres cubes et la tension appliquée entre les anodes et les cathodes permet de mettre en mouvement de nouveaux électrons. Enfin, un compteur Geiger-Müller mesure quelques centimètres cubes. La tension est telle que les électrons attirés par l'anode mettent en mouvement tous les électrons rencontrés sur leur parcours avant leur collection. La mesure est donc non proportionnelle.

La résolution spatiale d'un détecteur gazeux est directement liée à sa taille. La nécessité de la réduire pour améliorer la résolution spatiale conduit à une sensibilité aux rayons gamma très faible. Bien que l'on puisse obtenir des résolutions en énergie de l'ordre de 8.9% à 5.9 keV, le temps mort peut difficilement être inférieur à 100 ns et la résolution temporelle à la nanoseconde [Anderson et al. 2003][Attié et al. 2020].

1.3.1.2. Les détecteurs semi-conducteurs

Un semi-conducteur est un matériau a priori non-conducteur, mais qui ne nécessite qu'une faible excitation pour le devenir. Dans un atome, les électrons proches du noyau n'interagissent pas avec les autres atomes. Ceux qui se trouvent sur les couches externes permettent les liaisons interatomiques (électrons de valence) et ceux qui ont une énergie électronique suffisante sont responsables de la circulation d'un courant électrique (électrons de conduction). Dans un métal, les zones de valence et de conduction se chevauchent. Les électrons peuvent donc être libres et conduire un courant.

La particularité des semi-conducteurs tient au fait que bien que les zones de valence et de conduction ne se chevauchent pas, il suffit d'une faible excitation des électrons de valence pour qu'ils deviennent conducteurs. On dit que la bande interdite (bande d'énergie électronique interdite) est petite comparée à celle d'un isolant.

Pour créer un détecteur sensible à un dépôt d'énergie, ces matériaux ne peuvent pas être utilisés tels quels. Si on incorpore des ions négatifs dans le cristal semi-conducteur, alors celui-ci contient des trous libres qui équilibrent la charge négative des ions, c'est un dopage dit positif (P). Si on incorpore des ions positifs dans le cristal semi-conducteur, alors celui-ci contient des électrons libres qui équilibrent la charge positive des ions, c'est un dopage dit négatif (N). Lorsque deux semi-conducteurs dopés P et N sont joints, les électrons de la zone N au voisinage de la zone P se combinent avec les trous de la zone P (zone de déplétion). Or comme les ions négatifs

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

de la zone P et les ions positifs de la zone N restent présents, les deux zones ne sont par conséquent plus électriquement neutres au voisinage de la jonction.

Si on alimente cette jonction PN avec une tension positive à la borne N et une tension négative à la borne P, alors les charges négatives de la zone N migrent vers l'anode et les trous de la zone P vers la cathode. Il en résulte une zone avec un champ électrique non nul à la jonction entre les deux semi-conducteurs dont la taille augmente d'autant plus que la tension est élevée (Figure 1.12).

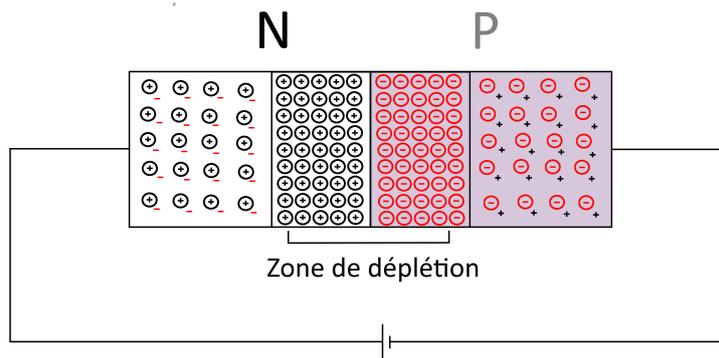


Figure 1.12. – Schéma d'une jonction PN d'un semi-conducteur polarisé en alimentation inverse. On observe que la zone déplétée n'est pas électriquement neutre et présente un champ électrique proportionnel à la tension.

Le matériau étant chargé positivement du côté N de la zone de déplétion et négativement du côté P, on dit que celle-ci forme une "barrière au courant". Néanmoins, les électrons de valence dans la zone de déplétion sont soumis à un gradient de champ électrique induit par la tension aux bornes du matériau. Cela signifie que si la tension est suffisante, alors un faible dépôt d'énergie dans la zone de déplétion peut mettre des électrons dans un état libre, qui peuvent alors migrer vers l'anode en mettant en mouvement d'autres électrons (phénomène d'avalanche). Étant donné le phénomène d'avalanche, la zone déplétée se retrouve réduite, voire supprimée. En effet, la migration des électrons du côté P de la zone de déplétion vers le côté N engendre un rééquilibrage de charges. La zone de déplétion disparaissant, le courant peut alors continuer à circuler si l'ionisation de la matière par les électrons en mouvement vers l'anode est plus importante que le phénomène de déplétion. En d'autres termes, si la tension est suffisante pour maintenir le phénomène, alors on parle de "claquage" du semi-conducteur. Pour arrêter ce phénomène de claquage, on place une résistance élevée en série. Ainsi, lorsque le phénomène d'avalanche démarre, la tension aux bornes du semi-conducteur devient rapidement faible. Elle est décrite par l'Eq. 1.6, où V_s est la tension aux bornes du semi-conducteur, V la tension totale, R_s la résistance

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

du semi-conducteur et R_c la résistance en série (résistance de charge).

$$V_s = \frac{V R_s}{R_s + R_c} \quad (1.6)$$

Afin qu'un rayon gamma puisse être détecté, il doit interagir dans la zone de déplétion. Plus l'épaisseur de cette zone est grande, meilleure est la sensibilité du détecteur. Néanmoins, la stabilité de ce dernier s'en trouve réduite. Une tension trop élevée provoque un fonctionnement en mode Geiger et l'information sur l'énergie du rayon gamma est perdue. C'est le cas des photodiodes à avalanche ou *Avalanche Photo Diode (APD)*.

L'épaisseur du matériau est également limitée. Plus il est épais, plus la tension de polarisation doit être élevée pour éviter la recombinaison des électrons. Ainsi, par exemple, pour un détecteur en CdTe de $130 \mu\text{m} \times 130 \mu\text{m}$, plusieurs centaines de volts doivent être appliqués pour faire fonctionner le détecteur [Basolo et al. 2008].

Basées sur un principe d'agencement de dopages de types P et N, plusieurs configurations sont possibles offrant chacune un avantage. Par exemple, les dispositifs à transfert de charges ou *Charge-Coupled Device (CCD)* ou les détecteurs *Complementary Metal Oxide Semiconductor (CMOS)* [Hoffman et al. 2005] sont composés d'un agencement NPN. La zone dopée P est parfois juxtaposée à un oxyde métallique. Ceci permet une intégration des charges dans le matériau au sens physique. C'est-à-dire que les électrons libres sont piégés jusqu'à ce que l'on décide de lire le signal. Ici, l'information propre à chacun des photons est perdue. Néanmoins, s'il s'agit uniquement de mesurer le nombre de photons détectés et non leur énergie, ce type d'agencement permet une simplification de l'électronique de lecture. Sur le même principe de fonctionnement, mais avec un potentiel de charge plus élevé, les transistors à effet de champ à grille métal-oxyde ou *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor (MOSFET)* [Butson et al. 1996] sont utilisés pour la dosimétrie en radiothérapie.

Grâce à leur gain élevé (de l'ordre de 10^6), les détecteurs semi-conducteurs à agencement PN/NP permettent une bonne résolution en énergie. Celle-ci est de l'ordre de 1% pour du germanium et 3% pour du silicium à 511 keV. Pour ce qui est de la résolution spatiale, elle peut atteindre le micromètre. Le processus d'avalanche est néanmoins lent et s'accompagne par une variabilité de la collection des électrons, qui entraîne une résolution temporelle sur la détection d'un rayon gamma de l'ordre de la nanoseconde dans le meilleur des cas.

1.3.2. La détection de rayons gamma par conversion indirecte

Dans le cas de la détection indirecte, les charges électriques des électrons libérés par le dépôt d'énergie ne vont pas être directement intégrées. Le ralentissement et la recombinaison de ces électrons avec les atomes du convertisseur impliquent que l'énergie déposée par ces électrons dans le convertisseur doit être évacuée d'une manière ou d'une autre. Ce surplus d'énergie va alors être soit favorable à une modi-

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

fication des caractéristiques du milieu, soit à l'origine de l'émission de photons de faible énergie. Si l'émission du photon est rapide, de l'ordre de la microseconde, on parle alors de fluorescence. Néanmoins, il se peut que les électrons soient piégés dans un état excité et que leur probabilité de se désexciter par unité de temps soit faible. On parle alors de phosphorescence. Il est aussi parfois nécessaire de fournir de l'énergie supplémentaire (chaleur ou lumière) afin de leur permettre de se désexciter. Dans ce cas on parle aussi de fluorescence comme par exemple pour la thermoluminescence, car on observe une désexcitation dès que l'énergie nécessaire au dépiégeage est fournie. Le spectre d'émission des photons diffère d'un matériau à l'autre et n'est pas monochromatique.

L'ensemble de ces matériaux qui ne sont pas spontanément fluorescents sont dit à mémoire, car l'information collectée est disponible dès que l'on se décide à la lire. Bien qu'ils puissent offrir une bonne résolution spatiale, ils fournissent uniquement une information sur la quantité d'énergie déposée par unité de temps. L'information temporelle pour chacun des photons est irrémédiablement perdue ainsi que celle de l'énergie de chaque dépôt.

Pour les matériaux émetteurs de lumière, il est nécessaire de la convertir en un courant électrique par l'utilisation de photodétecteurs, dont certains seront décrits plus loin.

1.3.2.1. Détecteurs à mémoire par changement de caractéristiques optiques du milieu



Figure 1.13. – Toute première radiographie de la main de Mme Röntgen.

Historiquement, les premiers détecteurs de rayons gamma, qui ont été très rapidement utilisés pour l'imagerie médicale avec le développement de la radiographie, sont les détecteurs radiochromiques. Ceux-ci subissent des modifications moléculaires liées au dépôt d'énergie. Cette modification se retranscrit par un changement de couleur du matériau. Wilhelm Conrad Röntgen, qui a découvert les rayons X en 1895, a effectué la première radiographie de la main de son épouse (Figure 1.13). Cette

image est en fait un positif obtenu grâce à la superposition d'un film photosensible à une plaque phosphorescente. Les films radiochromiques sont encore utilisés en radiothérapie afin de vérifier que le flux de photons à la sortie du patient par rayons X corresponde à ce qui avait été estimé par simulation.

La résolution spatiale de ce type de détecteur peut atteindre l'échelle de la centaine de microns. Leur manipulation est néanmoins difficile et les photons mesurés ne sont pas discernables.

1.3.2.2. Détecteurs à mémoire par piégeage d'électrons sur un niveau excité

L'avantage principal de ce type de détecteur est la possibilité d'inverser le processus de piégeage. Ainsi, on peut réutiliser plusieurs fois le même détecteur. C'est le cas des cassettes radiographiques composés de fluoro-halogénure de baryum (BaFBr). Après l'avoir irradié, le capteur est ensuite photo-stimulé pour qu'il émette à son tour un signal lumineux proportionnel à l'énergie déposée dans le matériau pendant l'irradiation. La résolution spatiale du détecteur est limitée par la largeur du faisceau laser difficilement inférieure au millimètre. La résolution en énergie est en moyenne de l'ordre de 10% à 511 keV, bien que les images sont persistantes et que l'accumulation des dépôts réduit l'incertitude de mesure. Basées sur le même principe, les diodes thermoluminescentes nécessitent de la chaleur pour se désexciter. Elles sont couramment utilisées en dosimétrie patient ou en radioprotection.

1.3.2.3. Détecteurs à fluorescence

Le processus de fluorescence peut être obtenu dans des cristaux, des gaz ou des liquides. Parmi ceux-ci, on distingue les matériaux organiques et inorganiques (ceux qui ne contiennent pas de carbone, d'oxygène ou d'hydrogène). Ils sont aussi caractérisés par des processus de désexcitation qui diffèrent. Pour les scintillateurs inorganiques, il est question de désexcitation d'un électron passant de la bande de conduction à la bande de valence. Pour les scintillateurs organiques, c'est une désexcitation moléculaire qui a lieu.

Les scintillateurs inorganiques étant généralement plus denses que les scintillateurs organiques, ils offrent une efficacité de détection 2 à 10 fois supérieure. Le processus de scintillation est lui 10 à 1000 fois plus lent (constante de décroissance rarement inférieure à 0,2 μ s), ce qui détériore la résolution temporelle et augmente le temps mort du détecteur. Les principaux avantages des matériaux fluorescents sont leur efficacité de détection (car on peut facilement utiliser de gros cristaux) et le gain potentiel en résolution temporelle. En effet, les photons transitent plus rapidement dans la matière que les électrons. Néanmoins, seuls quelques dizaines de milliers de photons sont émis par MeV déposé. La résolution en énergie est donc inférieure à celle des semi-conducteurs et atteint dans le meilleur des cas 5% à 511 keV [Alekhin et al. 2013]. Concernant la résolution spatiale, elle est très dépendante des photodétecteurs utilisés pour collecter les photons de scintillation. Elle est difficilement meilleure que le millimètre.

Comme la caméra Compton Temporal est basée sur l'utilisation de cristaux scintillants, leur fonctionnement et leurs caractéristiques seront approfondis dans la seconde partie du manuscrit.

1.3.2.4. La conversion des photons de scintillation en signal électrique

Une fois que les matériaux utilisés pour la détection ont réémis des photons de scintillation, il s'agit de les collecter et de les dénombrer. Pour ce faire, les photons peuvent être guidés vers un photodétecteur par de multiples moyens tels que l'utilisation de guides d'onde ou de matériaux plus ou moins réfléchissants. L'étude de la distribution spatiale à la surface du photodétecteur permet aussi d'estimer la position de l'interaction du photon gamma.

Une partie des photodétecteurs développés pour les basses énergies sont composés d'un agencement de semi-conducteur. Si l'intérêt est uniquement d'avoir une estimation sur le nombre de photons gamma détectés, alors l'utilisation de capteurs **CCD** ou **CMOS** sensibles à l'énergie des photons de scintillation est généralement préférée. L'utilisation de tubes photomultiplicateurs ou *Photo-Multiplier Tube (PMT)* [Burle Industries 1980] ou de photomultiplicateurs en silicium ou *Silicon Photomultiplier (SiPM)* [Cova et al. 1996a] est nécessaire lorsque l'application requiert de distinguer des rayons gamma par une photodétection rapide.

1.3.2.4.1. Les tubes photomultiplicateurs

Les tubes photomultiplicateurs sont les premiers photodétecteurs qui ont été développés. Les photons de scintillation interagissent dans une photocathode déposée à l'intérieur d'un tube à vide. Ce matériau libère un électron appelé photoélectron lors de l'interaction par effet photoélectrique d'un photon de lumière visible. Ce phénomène n'est pas certain et est étroitement corrélé à l'efficacité quantique de la photocathode, qui se monte en moyenne à 20%. Derrière la photocathode, une succession de dynodes alimentées par des tensions de plus en plus élevées au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la photocathode sont disposées à l'intérieur du tube à vide. Ainsi, un gradient de champ électrique est créé, qui permet d'accélérer les photoélectrons. Lors de chaque rencontre d'un électron avec une dynode, ce dernier arrache une nouvelle quantité d'électrons à la dynode, qui sont accélérés vers la dynode suivante. Lorsque l'ensemble des électrons atteignent l'anode, leur nombre a été multiplié par un facteur de l'ordre de 10^6 (Figure 1.14), constituant ainsi le gain du PMT.

1. Généralités – 1.3. La détection de rayons X ou gamma

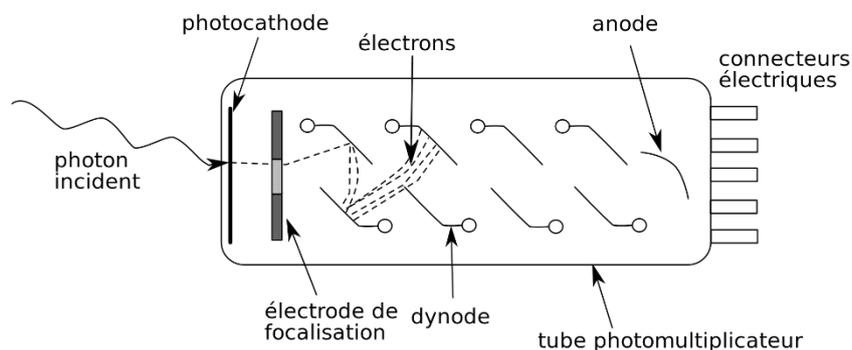


Figure 1.14. – Schéma d'un PMT (source : Philippe Després, Wikipédia). La tension d'alimentation des PMT est souvent supérieure à 1 kV.

Aussi, un champ magnétique produit par exemple par l'aimant d'un [Imagerie par résonance magnétique \(IRM\)](#), peut perturber de manière rédhibitoire le fonctionnement d'un [PMT](#) en modifiant les trajectoires et le temps de transit des électrons. Un PMT est donc sensible aux champs magnétiques et sa tension de fonctionnement le rend difficilement transportable. Sa résolution temporelle au photon unique de faible énergie ou [Single Photon Time Resolution \(SPTR\)](#) xs est généralement inférieure à 200 ps et varie fortement avec sa longueur.

Basés sur le même principe que les PMT, les tubes photomultiplicateurs à galettes de micro-canaux ou [Micro-Channel Plate-Photo-Multiplier Tube \(MCP-PMT\)](#) développés depuis une dizaine d'années permettent de par leur faible épaisseur et donc d'un temps de transit des électrons réduit d'atteindre une SPTR de l'ordre de 10 ps ainsi qu'une meilleure tolérance aux champs magnétiques. Leur sensibilité est quant à elle similaire à celle d'un PMT [Photronics 2006] (20%) et leur gain moyen de l'ordre de 10^5 .

1.3.2.4.2. Les photomultiplicateurs à silicium

Les photomultiplicateurs à silicium ou SiPM offrent un gain aussi élevé que les PMT et sont à peine plus récents que les MCP-PMT. Ils sont composés d'un ajustement de jonctions PN fonctionnant en mode Geiger. Une avalanche est donc créée pour chaque détection d'un photon optique. Les SiPM étant de faible épaisseur (inférieure à 50 μm), la SPTR du détecteur peut atteindre 50 ps [Acerbi; S. Gundacker 2019] et ils sont pratiquement insensibles aux champs magnétiques. Leur tension d'alimentation dépasse rarement les 100 V et offre donc une meilleure portabilité que les PMT, tandis que leur efficacité quantique peut atteindre les 50% [Acerbi; S. Gundacker 2019]. Il existe deux-sous classes de SiPM : les SiPM analogiques (aSiPM), qui transmettent un signal nécessitant d'être analysé (e.g. numérisé) et les SiPM digitaux (dSiPM), qui transmettent une information déjà numérisée (t , E). Le principe de fonctionnement des SiPM sera détaillé en seconde partie de ce manuscrit, car ils ont été choisis pour le projet Temporal.

1.3.2.4.3. Résumé concernant les photodétecteurs

Dans l'évolution historique des photodétecteurs, deux axes majeurs d'amélioration sont à noter : la résolution temporelle et l'efficacité de détection. Bien que l'efficacité de détection influe sur la résolution en énergie, la volonté première est d'augmenter le gain. Ceci, afin de collecter au mieux les tout premiers photons et d'améliorer la résolution temporelle sur la détection du rayon gamma. Les SiPM et les MCP-PMT étant des technologies récentes supplantant les PMT, il existe encore peu de recul face à ceux-ci. Il reste donc difficile de savoir laquelle de ces deux technologies émergera pour optimiser la résolution temporelle en détection gamma. La technologie des SiPM reste néanmoins plus avancée en terme de développement industriel. Seuls deux industriels proposent des MCP-PMT (Photonis et Photek) alors que plus de cinq industriels offrent des SiPM et des matrices de SiPM (Philips, Hamamatsu, SensL, Ketek, FBK, etc.).

1.3.3. En conclusion

On remarquera que pour chaque type de détecteur, les performances sur la mesure de $t, E, (x, y, z)$ ou en termes d'efficacité quantique et de temps mort varient en fonction de leur principe de fonctionnement, de leur géométrie et de leur tension d'alimentation. La Table 1.2 résume ces performances pour chaque type de détecteur.

	Détecteur à gaz	Détecteur à semi-conducteur	Détecteur à semi-conducteur à mémoire (MOSFET)	Détecteurs à photoluminescence et à thermoluminescence	Détecteurs à scintillateur inorganique
Résolution en temps	> 1 ns	> 1 ns	N/A	N/A	> 100 ps
Résolution en énergie (FWHM)	> 8.9% @ 5.9 keV	> 0.5% @ 511 keV	N/A	> N/A	> 5% @ 511 keV
Résolution spatiale	~ mm	~ μm	~ μm	~ μm	~ μm
Comptage de rayons gamma ?	Oui	Oui	Non	Non	Oui
Sensibilité	Faible	Raisonnable (< 100 keV)	Raisonnable (< 100 keV)	Forte	Forte

Table 1.2. – Résumé des performances des différents types de détecteur.

Les détecteurs à conversion directe utilisant des semi-conducteurs et ceux à conversion indirecte basés sur la fluorescence couplés à des SiPMs sont ceux qui permettent le meilleur compromis. L'efficacité des détecteurs gazeux est quant à elle limitante. Concernant les semi-conducteurs à piégeage de charges ou les détecteurs à conversion indirecte à mémoire, la perte d'information propre à chaque rayon gamma permet uniquement d'effectuer des mesures de persistance. On pourra donc conclure que pour la détection individuelle de rayons gamma, il est préférable d'opter pour un cristal scintillant si l'on veut privilégier une bonne résolution temporelle et une bonne efficacité de détection et pour un semi-conducteur si l'on souhaite privilégier une bonne résolution spatiale et une bonne résolution en énergie.

1.4. Du détecteur vers l'imageur : la collimation

Bien qu'un module de détection de rayons gamma soit capable d'estimer une multitude de paramètres, cette information ne suffit pas pour estimer la direction des photons incidents et donc la position des sources radioactives. Une collimation est indispensable pour ajouter un a priori sur la direction des photons détectés. On peut soit restreindre la détection à certaines incidences des rayons gamma par une collimation dite physique, soit utiliser une collimation dite électronique, qui résulte de l'information relative au parcours du rayon gamma dans le détecteur et/ou des particules secondaires émises lors de l'interaction du rayon gamma dans le détecteur (détection Compton) ou d'un a priori découlant de la nature même des rayons détectés (e.g. photons d'annihilation) afin de localiser la source du rayonnement. Nous allons parcourir les deux méthodes de collimation (physique et électronique) afin d'en lister les avantages et les inconvénients.

1.4.1. La collimation physique

On utilise un métal lourd (généralement du plomb ou du tungstène) percé de petits trous afin de sélectionner la direction d'incidence des rayons gamma et d'arrêter au maximum les rayons gamma provenant d'autres directions. La méthode la plus intuitive est de sélectionner les photons d'incidence normale à l'aide de trous perpendiculaires à la face d'entrée du détecteur. Dans cette configuration, seules les sources placées face au détecteur peuvent être visualisées. C'est le principe de fonctionnement des caméras d'Anger utilisées en imagerie médicale [Du; Zaidi 2019]. En démantèlement nucléaire, il est essentiel d'avoir une vision plus large. Dans ce sens, un détecteur dont le collimateur est un tube de plomb au fond duquel on retrouve un détecteur a été développé. Ainsi, bien que celui-ci ne soit capable de détecter que dans la direction du tube, un balayage angulaire isotrope de l'espace par le tube permet d'obtenir un champ de vue sur $4\pi\text{sr}$ [Hughes; Lightfoot 1996]. La Table 1.3 détaille les spécifications et les performances principales de cette approche.

Une méthode de collimation physique permettant d'observer un plus grand angle

d'ouverture sans balayage reprend le principe de la camera obscura, qui utilise un écran opaque aux rayons gamma avec une toute petite ouverture au centre de celui-ci permettant de laisser passer quelques rayons seulement. Une fois détecté, on peut déduire l'origine du rayon incident par triangulation à travers le trou de collimation de ce collimateur dit sténopé ou *pinhole* (Figure 1.15). On peut également noter qu'un pinhole crée une image inversée de l'activité de la source radioactive sur le plan du détecteur et que l'efficacité est restreinte par la taille de l'ouverture. Un imageur basé sur ce principe est présenté dans la Table 1.3.

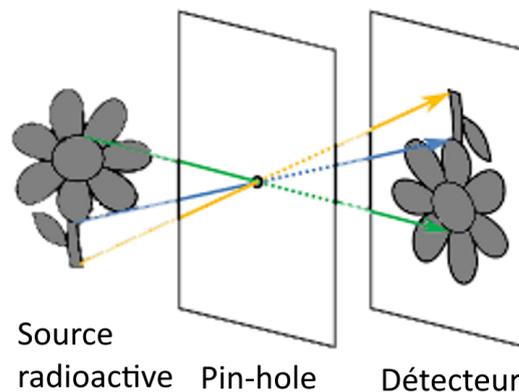


Figure 1.15. – Principe de fonctionnement d'un détecteur utilisant un collimateur sténopé ou pinhole.

Le nombre de trous sur la plaque opaque disposée en face du détecteur peut être augmenté afin d'améliorer la sensibilité. On parle alors de collimateur multi-sténopé ou multi-pinhole. Néanmoins, on atteindra une densité de trous à partir de laquelle les images projetées de la source sur le plan du détecteur commenceront à se chevaucher, rendant ainsi la reconstruction d'image moins intuitive.

Sur ce principe des ombres projetées, il est possible de le complexifier en imaginant des trous dans l'écran opaque avec des formes ou un arrangement spécifique. Ainsi, pour chaque rayon gamma détecté, on peut déduire qu'il provient des lumières des trous visibles depuis la position de l'interaction sur le plan du détecteur. Ce type d'imagerie est dit à masque codé (*coded aperture imaging*). Le masque codé est défini par son rang, qui désigne le nombre d'éléments (trous ou pleins) par dimension d'espace : un motif de rang 20 est donc une matrice de 20×20 éléments. La Figure 1.16 présente la caméra à masque codé GAMPIX, le résultat des mesures en termes de distribution des rayons gamma détectés sur la surface de détection, et l'image de l'activité reconstruite pour une source placée en face de l'imageur [Gmar et al. 2011]. On peut considérer que la distribution des photons arrivant sur le détecteur est donnée par la convolution de la distribution spatiale d'activité par la réponse impulsionnelle du masque codé. Il suffit par conséquent de déconvoluer la distribution observée par le détecteur de la réponse impulsionnelle du masque pour obtenir une image de la distribution d'activité.

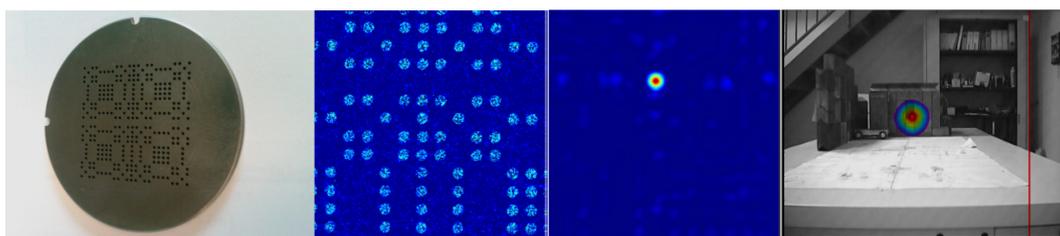


Figure 1.16. – Principe d'imagerie à masque codé : (de gauche à droite) masque codé, distribution de photons sur le plan du détecteur, image de l'activité reconstruite et superposition avec une photographie de la scène imagée (source : [Gmar et al. 2011]).

1.4.1.1. Avantages et inconvénients de la collimation physique

La collimation physique est simple à réaliser. Ce type d'imageur permet facilement de déduire la distribution d'activité. Aussi, n'importe quel type de détecteur peut être placé derrière le collimateur tout en garantissant une bonne résolution angulaire (capacité à distinguer deux sources séparées par une distance angulaire vue depuis le détecteur) à condition que la résolution spatiale de celui-ci soit meilleure que la taille de grain du masque codé ou du pinhole. Ainsi, on peut détecter des rayons de faible énergie (inférieure à 100 keV) en utilisant un détecteur sensible à ceux-ci. Enfin, le coût de production de ce type d'imageur est faible car peu complexe. On pourra noter que les détecteurs à conversion indirecte à mémoire ou que les semi-conducteurs à piégeage de charges peuvent être utilisés pour cette forme de collimation, car l'information propre à chaque photons n'est pas importante.

Afin d'empêcher au maximum la détection des photons qui ne passent pas par les directions prédéfinies par la collimation physique, un blindage placé autour du détecteur avec une épaisseur suffisante est nécessaire. Celui-ci alourdit néanmoins considérablement l'imageur, qui devient plus difficilement transportable. De plus, la collimation restreint la direction des photons et diminue donc le champ de vue de l'imageur. On parvient donc difficilement à couvrir plus de 60° d'ouverture angulaire sans effectuer de rotation du détecteur. Pour finir, la collimation physique diminue la sensibilité de manière très importante. Pour obtenir un détecteur plus léger, il faudrait donc opter pour une collimation électronique plutôt que physique.

1.4.2. La collimation électronique

1.4.2.1. Tomographes par émission de positons

La première imagerie basés sur la collimation électronique est la [Tomographie par émission de positons \(TEP\)](#). Ce type d'imageur exploite la particularité de l'annihilation électron-positon. La détection en coïncidence de paires de photons d'annihilation par un anneau de détection permet de restreindre leur origine au tube de réponse joignant les deux détecteurs participant à la détection en coïncidence.

1. Généralités – 1.4. Du détecteur vers l'imageur : la collimation

	Radscan 900	GeGI en configuration pihole	iPIX
Type d'imageur	Un pixel collimaté en Csl couplé à une photodiode	Détecteur en Germanium ultra pur ($90 \times 10 \text{ mm}^2$ composé de 16×16 bandes)	Caméra à masques codés. Détecteur en CZT ($14 \times 14 \times 1 \text{ mm}^3$ de 256×256 pixels)
Poids [kg]	25	14	2.5
Sensibilité @ 662 keV [cpm/(nSv/h)]	Détection possible en dessous de $7.4 \times 10^3 \text{ Bq}$ à 1 m (ou $0.2 \mu\text{Ci}$)	17.2	135.8
Champ de vue	4π (par balayage)	60°	41.4° – 44.8°
Résolution en énergie @ 662 keV (FWHM)	9.5%	0.3%	<2.5%
Résolution angulaire	4°	N/A	2.5° – 6°
Gamme d'énergie [keV]	30–1500	30–662	30–3000
Autonomie [h]	N/A	2.5–4.5	14

Table 1.3. – Comparaison de quelques imageurs à collimation géométrique proposés pour le démantèlement nucléaire [IAEA 2017]. La résolution angulaire désigne la capacité à discerner deux points sources d'après leur distance angulaire vue depuis le détecteur.

1. Généralités – 1.4. Du détecteur vers l'imageur : la collimation

L'équipartition ou rétroprojection du nombre de coïncidences détectées dans ces tubes de réponse au volume porté par ces tubes donne une image non contrastée de la distribution de la source radioactive à l'intérieur de l'anneau de détection.

Grâce à des détecteurs très rapides tels que des scintillateurs couplés à des SiPM, la différence des temps de détection de la paire de photons d'annihilation convoluée à la résolution temporelle de la coïncidence permet de restreindre encore plus le volume de rétroprojection en TEP à temps-de-vol ou TOF (*Time-Of-Flight*).

1.4.2.2. Trajectographes

A travers l'étude des trajectoires des particules secondaires mises en mouvement lors de l'interaction d'un rayon gamma, il est parfois possible d'en déduire son origine. Par exemple, le trajectographe du télescope spatial à rayons gamma Fermi (*Fermi gamma-ray space telescope*) est constitué de feuilles de tungstène. Lorsqu'un rayon gamma de haute énergie (< 20 MeV) interagit dans les feuilles de tungstène, il produit une paire électron-positon dont la trajectoire est suivie grâce à des détecteurs en silicium (880 000 pixels). Pour l'effet photoélectrique, il est plus difficile de trouver une utilité à la trajectoire de l'électron, car elle n'est pas forcément colinéaire à celle du photon incident. Elle s'en approche lorsque l'énergie du rayon gamma augmente, mais la probabilité d'avoir un effet photoélectrique diminue.

1.4.2.3. Camera Compton

Le principe de la caméra Compton est basé sur la détection en coïncidence de couples d'événements correspondant à l'interaction d'un rayon gamma par effet Compton, puis l'absorption totale du photon diffusé. L'information des deux positions d'interaction et des énergies déposées permet de déterminer un cône d'incidences possibles pour le rayon gamma [Todd et al. 1974]. Ainsi, il est possible de localiser les sources radioactives à l'origine de l'émission de ces rayons gamma, qui se situent à l'intersection des cônes. Pour beaucoup de prototypes, les modules de détection mesurant l'effet Compton et ceux mesurant l'absorption sont dissociés. Ces deux modules sont respectivement appelés le diffuseur et l'absorbeur. Pour les prototypes dont le champ de vue est de 4π sr, cette distinction n'est pas faite.

Certains prototypes tels que le télescope MEGA (*Medium Energy Gamma-ray Astronomy*) permettent aussi de suivre le parcours de l'électron mis en mouvement par effet Compton et ainsi de réduire les origines possibles estimées à une portion du cône Compton.

1.4.2.4. Avantages et inconvénients la collimation électronique

Le principal avantage de la collimation électronique est a priori un gain de sensibilité. Fontana et al. ont montré qu'à taille égale, une caméra Compton était nettement plus sensible qu'une caméra d'Anger [Fontana et al. 2017]. Néanmoins, la résolution spatiale d'une caméra Compton est inférieure à celle d'une caméra d'Anger. Si le

temps d'acquisition tendait vers l'infini, l'image obtenue par la caméra d'Anger serait mieux résolue.

Dans certaines configurations, un trajectographe ou une caméra Compton peuvent avoir un champ de vue de 4π sr. Concernant les détecteurs TEP, leur utilisation est limitée au cas particulier de la désintégration par la voie β^+ et seule une source placée à l'intérieur de l'anneau peut être imagée.

De plus, une excellente résolution temporelle et un faible temps mort sont importants pour un imageur basé sur la collimation électronique. En effet, pour la caméra Compton, c'est grâce à la proximité des temps de détection que l'on peut associer deux mesures et considérer qu'elles sont liées à un dépôt d'énergie d'un même rayon gamma. Si un trop grand nombre d'interactions sont détectées dans un laps de temps donné, il sera alors impossible d'établir une corrélation entre elles. Un bon exemple est la caméra Compton développée par la collaboration CLaRyS (*Contrôle en ligne de l'hadronthérapie par rayonnement secondaires*) [Krimmer et al. 2015] pour l'imagerie des rayons gamma prompts émis lors du dépôt d'énergie de protons traversant un patient : l'intervalle de temps entre chaque interaction dans le détecteur pendant le traitement est nettement inférieur au temps mort du détecteur et nécessite de recourir à une intensité réduite du faisceau de protons pour obtenir une image.

Il est par ailleurs important de souligner que la mise en œuvre d'un imageur basé sur la collimation électronique est plus complexe que pour l'utilisation de la collimation physique, en particulier en ce qui concerne l'analyse des données basées sur la cinématique de l'interaction Compton ou de la création de paires, ainsi que pour la mise en place d'algorithmes de reconstruction d'images. Pour pouvoir effectuer une imagerie Compton avec des énergies inférieures à 100 keV, les contraintes technologiques sont élevées et les images de moindre qualité du fait de la grande incertitude sur le calcul de l'angle Compton. Enfin, la physique oblige les trajectographes destinés à la création de paires à être sensibles uniquement à partir de 1.022 MeV.

1.4.3. Résumé

On peut conclure qu'il existe une infinité d'agencement de détecteurs couplés à un ou plusieurs types de collimation. Le choix doit donc être motivé par la finalité de l'application. Pour le démantèlement nucléaire, la nécessité d'une bonne sensibilité jusqu'à 2 MeV et d'un grand champ de vue justifie le recours à une collimation électronique de type caméra Compton.

1.5. État de l'art de l'imagerie Compton

Les principales caractéristiques d'une caméra Compton sont l'efficacité de détection et la résolution angulaire. Beaucoup de facteurs sont à prendre en compte dans le choix du ou des types de détecteur et dans leur agencement afin d'optimiser les deux caractéristiques citées précédemment. Avant d'introduire le design de la caméra

1. Généralités – 1.5. État de l'art de l'imagerie Compton

Compton Temporal, nous allons d'abord explorer différents prototypes existants et étudier l'évolution technique de ce type d'imageur au cours du temps avec l'objectif de comprendre les points clés permettant d'améliorer la sensibilité et la résolution angulaire du dispositif.

Proposée pour la première fois au début des années 70 comme un concurrent potentiel à la caméra d'Anger [Todd et al. 1974], la caméra Compton a cependant trouvé sa première application dans le domaine spatial, mais la mise en œuvre d'un imageur de ce type s'est avérée encore difficile à l'époque. La résolution angulaire étant très mauvaise, le principe d'imagerie Compton n'était encore utilisé que pour la spectrométrie en 1974 [Schönfelder; Lichti 1974]. Le premier prototype expérimental développé pour une application médicale est apparu en 1977 [Everett et al. 1977]. Ce dernier était basé sur un agencement de cristaux de silicium et n'a servi que de démonstrateur, tandis qu'au même moment, le télescope COMPTEL était développé puis lancé en orbite en 1991 [Schoenfelder et al. 1993]. Composé de matériaux fluorescents couplés à des PMT, il a permis alors d'effectuer la cartographie spatiale des rayons gamma de 1 à 20 MeV la plus élaborée pour l'époque. On pourra noter que les détecteurs étant spécialement mal résolus, le diffuseur et l'absorbeur étaient très éloignés.

Dans la continuité du télescope COMPTEL, le développement du télescope MEGA a démarré en 2002. Cet imageur était basé sur un agencement de couches de silicium permettant de suivre le parcours des électrons Compton entourées par un calorimètre en iodure de césium (CsI) jouant le rôle d'absorbeur. Ce nouveau prototype était notamment plus sensible que la caméra du télescope COMPTEL et permettrait d'obtenir une meilleure résolution angulaire. Depuis lors, d'autres prototypes ont été construits pour le domaine spatial [Schindler et al. 1997][Bandstra et al. 2011][Tatischeff et al. 2016] avec pour objectif principal d'améliorer la sensibilité aux rayons gamma de haute énergie. Le télescope ASTROGAM était ainsi sensible entre 1 MeV et 100 MeV.

Pendant que le télescope COMPTEL était en orbite, malgré le développement de quelques autres prototypes pour l'imagerie médicale comme la caméra développée par Singh et al en 1983 constituée d'un imageur pour des sources de ^{99m}Tc [Singh et al. 1983], aucune caméra Compton n'a trouvé sa place en routine clinique à notre connaissance.

En imagerie de contamination radioactive dans le domaine de la radioprotection, le prérequis principal est la capacité d'imager rapidement une très grande surface. La caméra Compton y a donc vite trouvé son utilité. L'équipe de He aux États-Unis [Xu 2006] a commencé à travailler sur le sujet depuis la fin des années 90. Leurs détecteurs sont commercialisés sous le nom de Polaris. Ils détiennent une grande expertise dans l'imagerie 4π grâce à leur prototype cubique et segmenté en tellure de cadmium (CdTe) sensible à des énergies entre 100 keV et 2 MeV.

Vers l'an 2000, un groupe de recherche de l'Institut RIKEN au Japon a décidé d'utiliser un détecteur développé en 1991 constitué de cristaux de germanium pour assembler une petite caméra Compton dédiée à l'imagerie du petit animal [Ambe et al. 1991]. En 2007, cette équipe de recherche a publié la première image in vivo de la distribution d'un radiotraceur dans une souris [Motomura et al. 2007].

1. Généralités – 1.5. État de l'art de l'imagerie Compton

Vers 2005, l'intérêt de la caméra Compton pour la vérification du parcours des hadrons en routine clinique a été posé. Le couplage avec un hodoscope de faisceau devait permettre d'améliorer la résolution angulaire. En France, la collaboration CLaRyS avait pour objectif de développer un tel prototype avec un assemblage d'une grande similarité avec celui du télescope MEGA [M.-H. Richard et al. 2009]. La caméra devant être sensible aux hautes énergies et aussi hautement résolue, son diffuseur était constitué de plans de silicium et son absorbeur d'épais blocs de BGO récupérés d'une caméra TEP. Krimmer et al. 2015. En effet, le silicium permet de mesurer de faibles énergies correspondant à de petits angles de diffusion Compton et la superposition de plusieurs plans permet d'augmenter la sensibilité du détecteur.

En 2010, la possibilité d'utiliser une caméra en tellure de cadmium (CdTe) pour le suivi du dépôt de dose en hadronthérapie était étudié par l'équipe de He [Peterson et al. 2010].

La même année, un groupe de chercheurs à l'université de Kyoto publie des images de la glande thyroïdienne d'une souris par scintigraphie Compton. L'absorbeur était composé d'un cristal de bromure de lanthane (LaBr₃) et le diffuseur d'une chambre à projection temporelle ou TPC (*Time Projection Chamber*) de $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$ permettant aux électrons Compton de faible énergie de parcourir une distance suffisante pour déterminer leur trajectoire [Kabuki et al. 2010]. Mais une acquisition de 16 heures avait été nécessaire pour obtenir une telle image [Hatsukawa et al. 2018].

En 2011, l'accident nucléaire de Fukushima ayant provoqué une dispersion importante de radioactivité, les laboratoires de recherche japonais se sont penchés sur l'imagerie Compton afin de trouver un moyen efficace de cartographier les contaminations radioactives. En outre, pour plusieurs pays, le démantèlement d'installations nucléaires devenues obsolètes et le contrôle des fûts de déchets radioactifs produits par l'industrie ou la médecine nucléaire ont amplifié l'intérêt pour le développement d'imageurs Compton.

Un prototype de caméra basé sur des détecteurs constitués de grenats de gadolinium-aluminium-gallium ou GAGG (*Gadolinium Aluminium Gallium Garnet*) embarqués sur un hélicoptère a été développé pour cartographier la ville de Fukushima [Jiang et al. 2014], tandis que d'autres équipes de recherche travaillaient également au développement d'autres prototypes comme l'ASTROCAM basé sur un détecteur en Si/CdTe [Takeda et al. 2015] et dont la faisabilité avait été évoquée depuis 2007 [Takeda et al. 2007]. Ces mêmes laboratoires ont ensuite exploré différentes dispositions géométriques pour l'imagerie Compton, tout en gardant les mêmes matériaux utilisés auparavant. Les trois axes principaux de leurs recherches devinrent la vérification du parcours des hadrons, la scintigraphie du petit animal et le démantèlement nucléaire.

Vers 2015, un groupe de recherche de l'université de Valencia a proposé un nouveau prototype pour l'imagerie des rayons gamma prompts en hadronthérapie basé sur des cristaux monolithiques de LaBr₃ couplés à des dSiPM [Llosá et al. 2013]. En 2017, un groupe de recherche Allemand [Rohling et al. 2017] du Centre OncoRay–National for Radiation Research in Oncology au Helmholtz-Zentrum Dresden–Rossendorf (HZDR) a proposé un prototype de caméra avec un diffuseur en tellure de zinc-cadmium

1. Généralités – 1.5. État de l’art de l’imagerie Compton

(CZT) et un absorbeur en LaBr_3 .

On remarque que plusieurs laboratoires se sont lancés dans l’imagerie Compton à partir de 2010. En outre, il est moins coûteux de concevoir un petit module Compton que de développer un nouveau prototype d’imagerie par transmission de rayons X ou un gros détecteur. De plus, de nouveaux résultats peuvent être obtenus plus rapidement étant donné le peu d’études effectuées sur ce type d’imagerie. L’avènement des SiPM sur le marché a permis de miniaturiser les détecteurs à base de matériaux fluorescents et d’améliorer la résolution temporelle, qui constitue le point faible des détecteurs semi-conducteurs. L’apparition de cristaux scintillants avec une résolution en énergie intrinsèque proche de 4% à 511 keV a par ailleurs rendu leur utilisation possible en tant que diffuseur.

Parce que le nombre de prototypes de caméras Compton explose depuis 2010, il serait fastidieux de tous les répertorier. Rien qu’en France, on compte plus de trois imageurs développés [Krimmer et al. 2015][M. Z. Hmissi et al. 2018][Turecek et al. 2018]. La Table 1.4 présente les caractéristiques de quelques prototypes développés pour le démantèlement nucléaire que l’on pourra confronter aux spécifications de la caméra Compton Temporal.

	Hemi	GeGI	Polaris-H
Type d’imageur	Deux plans pixelisés en CZT	Détecteur en Germanium ultra pur ($90 \times 10 \text{ mm}^2$ composé de 16×16 bandes)	Cube pixelisé en CZT de $20 \times 20 \times 15 \text{ mm}^3$
Poids [kg]	4.5	6.8	3.3
Sensibilité intrinsèque @ 662 keV	$5 - 7 \times 10^{-4}$	$10 \mu\text{Ci}$ à 1 mètre (3.3 $\mu\text{R/h}$, 33 nSv/h)	2×10^{-2}
Champ de vue [sr]	4π	4π	4π
Résolution en énergie à 662 keV (FWHM)	3.7%	0.3%	1%
Résolution angulaire	$7-9^\circ$	6°	20°
Gamme d’énergie [keV]	250–3000	140–3000	250–8000

Table 1.4. – Comparaison de quelques caméras Compton développées pour le démantèlement nucléaire. La résolution angulaire désigne la capacité à discerner deux points sources d’après leur distance angulaire vue depuis le détecteur.

Les première images Compton de scintigraphie humaine ont été publiées en 2019

[Nakano et al. 2020] grâce à une caméra développée par l'institut NIRS-QST dont quelques collaborateurs avaient déjà travaillé sur le projet ASTROCAM. Deux solutions de 30 MBq de ^{99m}Tc et 150 MBq de ^{18}FDG ont été injectées à un patient. La caméra était placée à 30 cm du foie et une acquisition de 35 min a été faite pour reconstruire une image de chacun des radiotraceurs. Bien que le foie et les reins soient visibles, il a été noté que la caméra Compton fournissait des images de moins bonne qualité qu'une caméra d'Anger ou qu'une caméra TEP.

A ce jour, aucune caméra Compton pour la scintigraphie ou le monitoring en radiothérapie n'est donc opérationnelle en routine clinique. La principale raison est la complexité de la mise en œuvre d'une surface de détection aussi grande que celle d'une caméra d'Anger. La collimation électronique représente un vrai défi lorsque l'activité des sources devient importante, mais nécessaire à un examen clinique de durée raisonnable. De plus, les avancées technologiques sont plus facilement transposables à l'amélioration des caméras d'Anger, qui sont conceptuellement plus simples et restent d'un point de vue industriel moins risquées à court terme.

Bien que la plupart des détecteurs récemment développés sont de plus en plus compacts et qu'une certaine course à la performance peut être perçue, quelques zones d'ombre persistent quant à la mise en place de la collimation électronique et la reconstruction d'image : considérant une géométrie et une résolution spectro-spatio-temporelle (E, x, y, z, t) données, comment être certain qu'un couple d'interactions en coïncidence correspond à une diffusion Compton vers l'avant ? Et sinon, comment faut-il prendre en compte cette erreur possible d'interprétation ? La projection directe des cônes Compton fournissant une image bruitée, des algorithmes itératifs basés sur la maximisation de la vraisemblance sont le plus souvent utilisés. Dans ce cas de figure, comment les incertitudes doivent-elles être propagées sur le cône Compton ? L'étude de la caméra Compton Temporal présentée dans le second chapitre de ce travail sera l'occasion d'essayer de répondre à ces questions.

1.6. Le prototype Temporal

En 2015, Alain Iltis et Hichem Snoussi ont publié un article sur l'apport potentiel des SiPM pour l'estimation des positions d'interactions dans un cristal monolithique grâce à leur performance temporelle [Iltis; Snoussi 2015]. Il y est montré que s'il est possible de mesurer uniquement les photons de scintillation qui n'ont pas subi de réflexion dans le cristal (ils sont les premiers photons à interagir dans le détecteur); alors on pourrait atteindre une résolution spatiale millimétrique. Pour ce faire, la résolution temporelle du détecteur doit être suffisante. Aussi, on pourrait mieux estimer la profondeur d'interaction, qui est corrélée à la taille de la distribution spatiale des photons. L'existence de cristaux scintillants comme le bromure de lanthane (LaBr_3) ou le bromure de cérium (CeBr_3) avec des résolutions en énergie proches de 5% à 511 keV devraient permettre de se substituer à un diffuseur en semi-conducteur tout en garantissant une meilleure sensibilité. Une seule technologie serait alors

mise à contribution. Ceci rendrait la production d'une caméra Compton moins coûteuse et plus facile. En 2016, la startup Damavan Imaging, en collaboration avec le Centre de Physique des Particules de Marseille (CPPM), la startup Weeroc, l'Université Technologique de Troyes (UTT) et Mirion Technologies ont obtenu un financement de l'ANDRA, suite à un appel à projet de l'ANR pour le programme d'investissement d'avenir (PIA) dédié à l'optimisation de la gestion des déchets radioactifs résultant du démantèlement nucléaire [TEMPORAL 2015].

La caméra Compton sera composée d'un absorbeur et d'un diffuseur en CeBr_3 couplés à des SiPM. Contrairement aux SiPM digitaux (dSiPM), qui prétraitent le signal et fournissent une information sur le moment de déclenchement et la charge, les SiPM analogiques (aSiPM) devraient permettre d'observer le signal et de visualiser la charge dès l'arrivée des premiers photons. Néanmoins, les dSiPM étant plus simples à intégrer, ils ont été utilisés pour construire un premier prototype que l'on a pu caractériser.

Afin de mieux comprendre l'apport des SiPM à l'amélioration des mesures, nous avons développé un outil de simulation validé par des mesures expérimentales. Pour permettre de caractériser la caméra Compton, nous avons de plus développé des algorithmes de reconstruction d'images. Enfin, pour optimiser le design de la caméra Compton Temporal, nous avons procédé à des simulation Monte Carlo. Ces trois axes constituent le fil rouge qui a guidé mon travail et la suite de mon manuscrit.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images

Sommaire

2.1	GATE, un outil de simulation Monte Carlo pour modéliser la caméra Compton	37
2.2	De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles	39
2.2.1	Les origines possibles d'un photon gamma lorsque la mesure Compton est parfaite	41
2.2.1.1	Définition de la direction de l'axe du cône Compton	41
2.2.1.2	Intersection d'un cône avec un plan	41
2.2.1.3	Échantillonnage d'une ellipse sur un plan	43
2.2.2	Prise en compte des incertitudes de mesure et de l'élargissement Doppler pour l'estimation des origines possibles du rayon gamma	44
2.2.2.1	Prise en compte des incertitudes sur la mesure des énergies	44
2.2.2.2	Prise en compte de l'élargissement Doppler sur incertitude sur l'estimation de l'angle de diffusion Compton	48
2.2.2.3	Prise en compte des incertitudes sur les positions d'interaction	49
2.2.2.4	Répercussion de toutes les incertitudes de mesure	51
2.2.2.5	Comparaison entre l'estimation théorique des erreurs sur le cône Compton et la simulation Monte Carlo	52
2.2.2.6	Résumé	53
2.2.3	Confiance en l'estimation des paramètres du cône Compton	54
2.2.3.1	Estimation de la probabilité $P(b A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ rayon gamma interagisse dans l'absorbeur avant d'interagir dans le diffuseur lorsque son énergie est connue	54
2.2.3.2	Estimation de la probabilité $P(e A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ photon gamma interagisse plusieurs fois dans le diffuseur lorsque son énergie est connue	56
2.3	Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images	57
2.3.1	Approche LM-MLEM pour la reconstruction d'images mono-énergétiques	58
2.3.1.1	Estimation de la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ évènement Compton provienne du voxel l	59

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images –

2.3.1.2	Calcul de la sensibilité de la caméra pour le voxel l	59
2.3.2	Implémentation de l'algorithme LM-MLEM pour la reconstruction d'images poly-énergétiques	60
2.3.2.1	Validation de l'algorithme PE-LM-MLEM et comparaison avec l'algorithme LM-MLEM	61
2.3.3	Incorporation de la confiance en l'estimation des paramètres des cônes Compton dans l'algorithme LM-MLEM lorsque l'énergie des rayons gamma est connue	65
2.3.3.1	Validation de la nouvelle implémentation de l'algorithme LM-MLEM	67
2.3.3.2	Reconstruction par l'algorithme LM-MLEM d'évènements Compton de type (a), (c) ou (d)	68
2.3.4	Résumé	71
2.4	Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo	71
2.4.1	Étude de la résolution angulaire	72
2.4.1.1	Résolution angulaire en fonction de la distance entre les faces avant du diffuseur et de l'absorbeur	72
2.4.1.2	Impact de la rétrodiffusion sur la résolution angulaire	73
2.4.1.3	Étude de la prédominance des incertitudes de mesures sur la résolution angulaire	74
2.4.2	Étude de la sensibilité de la caméra en fonction de l'épaisseur du diffuseur	74
2.4.3	Résumé	77
2.5	Caractérisation du prototype Temporal	77
2.5.1	Étude de spectres mesurés par la caméra Compton	78
2.5.1.1	Étude des spectres d'énergie des évènements Compton dans le diffuseur et l'absorbeur et interprétation à l'aide de simulations Monte Carlo	80
2.5.2	Étude de la saturation du prototype Temporal	81
2.5.3	Étude de la sensibilité de la caméra Compton	82
2.5.4	Mesure de la résolution angulaire	84
2.5.5	Reconstruction d'images avec les données du prototype	86
2.5.5.1	Reconstruction de cinq sources radioactives ponctuelles à 35 cm de la face avant de la caméra	86
2.5.5.2	Reconstruction stéréoscopique de fantômes de ^{18}F	88
2.5.6	Résumé	90
2.6	Conclusion générale et prospectives	90

Avant de construire un premier prototype de caméra Compton, il est essentiel, d'étudier les différentes configurations possibles. Le moyen le moins coûteux pour cela est d'effectuer des simulations. Afin d'étudier l'impact de la géométrie de la

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.1. GATE, un outil de simulation Monte Carlo pour modéliser la caméra Compton

caméra, il faut aussi développer un algorithme permettant de reconstruire des images à partir de données fournies par la caméra Compton. Ce chapitre s'organisera donc de la manière suivante : un outil de simulation par la méthode Monte Carlo ¹ sera introduit, les algorithmes de reconstruction qui ont été développés seront détaillés, une étude d'optimisation géométrique sera présentée, et enfin, le prototype Temporal sera caractérisé.

2.1. GATE, un outil de simulation Monte Carlo pour modéliser la caméra Compton

Apparu en 2004 [Santin et al. 2003] [Strul et al. 2003], GATE est une surcouche logicielle libre de simulation Monte Carlo développée et maintenue par la collaboration internationale OpenGATE [Jan et al. 2011] [Jan et al. 2004], dans le but pour modéliser des appareils complets d'imagerie médicale ou de radiothérapie. Grâce à la lecture de fichiers instanciés contenant des macros, GATE génère l'environnement à simuler sur la plateforme de simulation Monte Carlo Geant4 [Agostinelli et al. 2003]. Ce logiciel a d'abord été développé pour la modélisation d'expériences relevant de la physique des hautes énergies. Les constantes améliorations apportées au logiciel Geant4 ont permis de l'utiliser également pour la physique des basses énergies.

Dans GATE, plusieurs systèmes d'imagerie pour modéliser des caméras TEP ou en scintigraphie (la caméra d'Anger). La fonctionnalité "digitizer" de GATE permet de transformer les interactions simulées par Geant4 dans le détecteur en mesures (appelées aussi impulsions ou "pulses"). Après validation du modèle par comparaison avec des mesures, GATE permet d'estimer les résultats qui seraient obtenus en réalité par un détecteur considérant les performances évoquées en introduction du [Chapitre 1](#). Dans le cas où le système d'imagerie n'est pas prédéfini dans GATE, il est possible d'en créer un spécifiquement sous le nom "Optical system".

Récemment, le module de caméra Compton, appelé "CCMod" a aussi été ajouté. Il permet de construire une caméra composée d'un absorbeur et d'un ou plusieurs diffuseurs. Plusieurs options sont disponibles dont la détection de coïncidences, l'ajout d'incertitudes de mesure d'énergie, du temps et de la position d'interaction, ou encore l'ajout d'un seuil en énergie. Cependant, ce module n'a pas été utilisé pour nos simulations Monte Carlo, car sa publication était postérieure à l'étude que nous décrivons dans ce chapitre et qui avait été initiée pendant mon stage de M2 de physique médicale effectué au CPPM [Mehadji 2017].

La construction du détecteur MEGA avait elle aussi permis le développement d'un outil de simulation spécialisé aux caméras Compton, qui s'appuie sur Geant4 pour la physique [A. Zoglauer et al. 2006]. Ce dernier propose de nombreux outils robustes

1. La méthode Monte Carlo vise à simuler des processus stochastiques tels que l'effet photo-électrique ou l'effet Compton pour les rayons gamma en utilisant des générateurs de nombres pseudo-aléatoires.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.1. GATE, un outil de simulation Monte Carlo pour modéliser la caméra Compton

d'analyse et de gestion des résultats de simulation dont l'application de bruits, l'étude de la sensibilité, de la résolution ou encore des outils de reconstruction d'images.

Pour l'étude de la caméra Temporal, nous avons créé un système d'imagerie "Optical system" composé de deux parallélépipèdes rectangles placés l'un en face de l'autre. Le premier, qui jouera le rôle de diffuseur, est disposé dans le repère orthonormé $Oxyz$ tel que sa face d'entrée est centrée en $(0,0,0)$ et sa face de sortie en $(0,0,-z)$ où z est son épaisseur. L'absorbeur est lui aussi centré en sur l'axe Oz placé en aval du diffuseur (Figure 2.1). Ces deux parallélépipèdes représentent uniquement les cristaux monolithiques de $CeBr_3$. Les interactions des rayons gamma simulées par Geant4 dans ces deux blocs sont enregistrées sous forme d'une liste d'évènements (ou "hits") dans un fichier au format ROOT [Brun; Rademakers 1997]. L'ensemble des informations disponibles dans ce fichier est détaillé dans la documentation de la collaboration OpenGATE dans la partie *Data Output* [GATE Users Guide 2018].

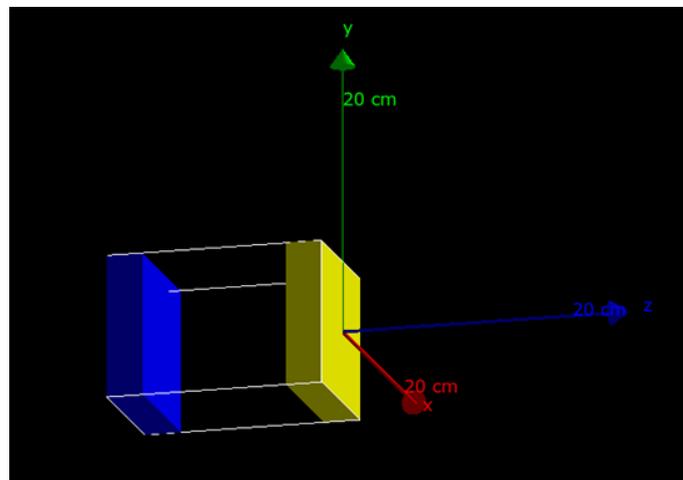


Figure 2.1. – Visualisation de la caméra Compton simulée dans GATE grâce à l'outil OpenGL. Le diffuseur apparaît en jaune et l'absorbeur en bleu.

L'ensemble des évènements est ensuite traité grâce à un code écrit en langage Python [Python Software Foundation. *Python Language Reference, version 3. 2021*] afin d'ajouter le cas échéant des incertitudes sur les mesures et de détecter les évènements Compton, qui seront considérés dans la suite du manuscrit comme les mesures permettant de déduire les incidences possibles d'un rayon gamma détecté par la caméra Compton. Chaque évènement Compton est composé d'une mesure dans le diffuseur $(E_1, t_1, \vec{r}_1=(x_1, y_1, z_1))$ et d'une mesure dans l'absorbeur $(E_2, t_2, \vec{r}_2=(x_2, y_2, z_2))$. Ces évènements Compton sont exploités conjointement pour obtenir une image.

2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

Une mesure est dite parfaite lorsque le rayon gamma a interagi par effet Compton dans le diffuseur sans élargissement Doppler, puis par effet photoélectrique dans l'absorbeur. Le cône d'incidences possibles pour l'évènement Compton (E_1, t_1, \vec{r}_1) , (E_2, t_2, \vec{r}_2) peut être représenté par son sommet (\vec{r}_1) , son axe et son angle d'ouverture. Son sommet correspond à la position d'interaction du rayon gamma par effet Compton dans le diffuseur. Son axe est formé par la droite passant par la position de l'interaction Compton (\vec{r}_1) et la position de l'interaction du photon diffusé dans l'absorbeur (\vec{r}_2) (Figure 2.2).

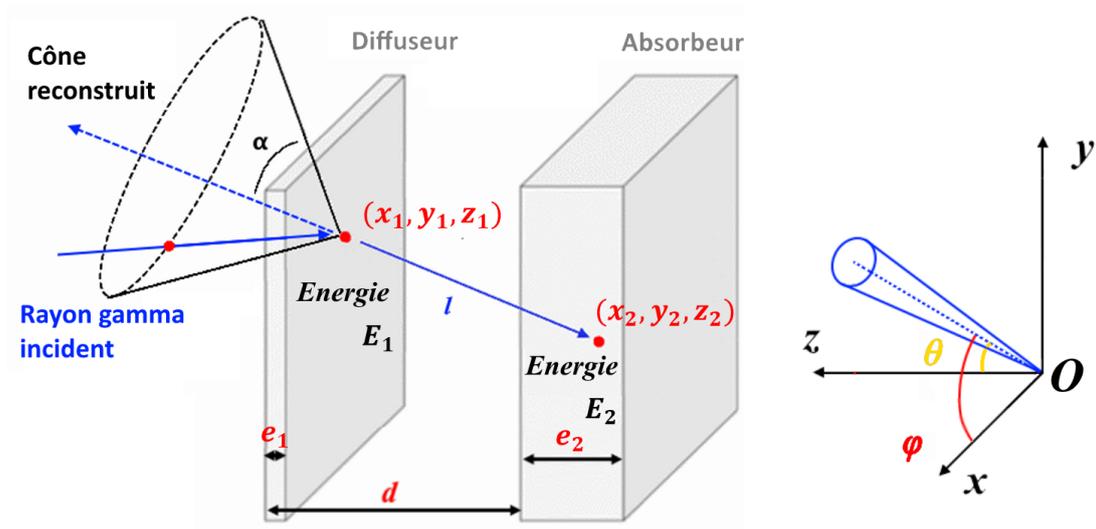


Figure 2.2. – Représentation d'un évènement Compton et du cône reconstruit. e_1 est l'épaisseur du diffuseur, e_2 celle de l'absorbeur et d la distance entre les deux faces avant.

En considérant le vecteur $(0, 0, z)$ normal à la face d'entrée de la caméra, θ est la colatitude et φ la longitude de la direction de l'axe du cône Compton, et $\varphi = 0$ lorsque le projeté de l'axe du cône sur le plan Oxy est l'axe Ox . Pour une détection à pleine énergie du photon diffusé par l'absorbeur, α représente l'angle d'ouverture du cône obtenu par l'Eq. 2.1 où $m_e c^2$ est l'énergie de masse au repos d'un électron :

$$\alpha = \arccos \left(1 - \frac{E_1}{E_1 + E_2} \times \frac{m_e c^2}{E_2} \right) \quad (2.1)$$

La fonction arccos étant définie dans l'intervalle $[-1, 1]$ et les sources à imager étant face à la caméra (ceci impliquant que les rayons gamma traversent le détecteur via le diffuseur), l'énergie cinétique de l'électron diffusé E_1 et l'énergie du photon diffusé E_2 doivent vérifier :

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

$$\begin{cases} \frac{m_e c^2 (E_1 + E_2)}{2(E_1 + E_2) + m_e c^2} \leq E_2 \\ 0 \leq E_1 \leq \frac{2(E_1 + E_2)}{2(E_1 + E_2) + m_e c^2} \end{cases} \quad (2.2)$$

Dans ce cas (détection à pleine énergie de l'énergie du photon diffusé), on peut remplacer $(E_1 + E_2)$ par l'énergie du rayon gamma incident E :

$$\begin{cases} \frac{m_e c^2 E}{2E + m_e c^2} \leq E_2 \leq E \\ 0 \leq E_1 \leq \frac{2E}{2E + m_e c^2} \end{cases}$$

Dans le cas où le photon diffusé n'est pas détecté à pleine énergie par l'absorbeur, par exemple s'il est diffusé à faible angle puis interagit par une diffusion Compton à grand angle dans l'absorbeur en déposant l'énergie E_2 , laissant s'échapper le second photon diffusé, alors les conditions ci-dessus sont vérifiées bien que $E \neq E_1 + E_2$. Dans ce cas, l'angle Compton calculé ne correspond pas à la réalité. Nous distinguerons sept types d'évènements différents² :

- (a) Le rayon gamma interagit par effet Compton dans le diffuseur puis à pleine énergie par effet photoélectrique dans l'absorbeur.
- (b) Le rayon gamma interagit par effet Compton dans l'absorbeur puis à pleine énergie par effet photoélectrique dans le diffuseur.
- (c) Le rayon gamma interagit par effet Compton dans le diffuseur puis interagit au moins une fois dans l'absorbeur sans être complètement absorbé.
- (d) Le rayon gamma interagit par effet Compton dans le diffuseur puis interagit plus d'une fois dans l'absorbeur et est complètement absorbé.
- (e) Le rayon gamma interagit plusieurs fois dans le diffuseur puis au moins une fois dans l'absorbeur.
- (f) Le rayon gamma interagit par effet Compton dans l'absorbeur puis interagit au moins une fois dans le diffuseur et n'est pas complètement absorbé.
- (g) Le rayon gamma interagit plus d'une fois dans l'absorbeur avant d'interagir dans le diffuseur.

Les évènements de type (g) sont rares et nous pouvons les considérer comme négligeables. La Figure 2.3 présente tous les autres types d'évènements. Seuls les d'évènements de types (a) et (d) permettent une reconstruction correcte des incidences possibles du rayon gamma sur un cône. Pour les évènements de type (d), la direction du cône peut être entachée d'une erreur supplémentaire par rapport aux évènements de type (a), car la position de la première interaction dans l'absorbeur est plus incertaine. Enfin, si nous supposons l'énergie E du rayon gamma connue, alors il est possible de vérifier que le rayon gamma a bien déposé toute son énergie. Les évènements de types (c) et (f) peuvent alors être discriminés efficacement.

2. Par abus de langage, on considère dans la description qui suit que c'est le photon incident qui a diffusé et qui va être détecté, même s'il ne s'agit pas du même photon dans la réalité.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

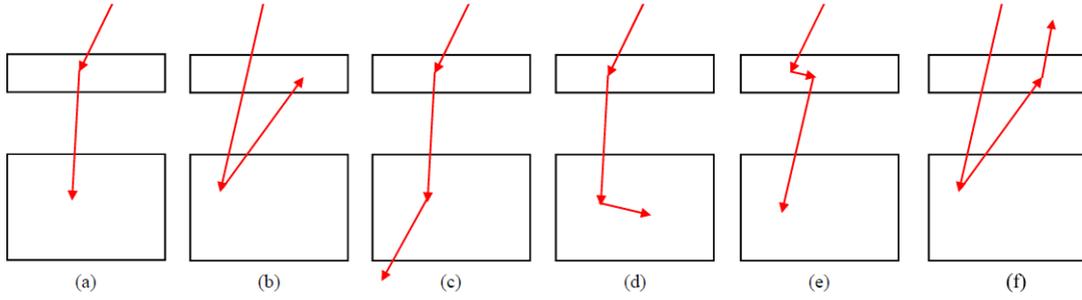


Figure 2.3. – Quelques types possibles d'évènements pour un rayon gamma détecté par la caméra Compton. Chaque nouvelle apparition de flèche suppose une diffusion Compton. Lorsque le photon s'arrête, c'est un effet photoélectrique (source : [M. Hmissi 2019]).

2.2.1. Les origines possibles d'un photon gamma lorsque la mesure Compton est parfaite

Considérons le cas (a) de la Figure 2.3 et cherchons une expression discrète du cône Compton. Cela revient à considérer l'espace en face de la caméra comme voxélisé. Considérons (d_x, d_y, d_z) les dimensions des voxels. Échantillonner le cône sur le volume revient à échantillonner la profondeur par plans parallèles au plan Oxy espacés de d_z .

2.2.1.1. Définition de la direction de l'axe du cône Compton

Les angles θ et φ peuvent être exprimés grâce aux deux équations suivantes :

$$\theta = -\arctan\left(\frac{z_1 - z_2}{l}\right) \quad (2.3)$$

où $l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ et

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \left[\text{sgn}(y_1 - y_2) + \text{sgn}(x_1 - x_2) \right] + \text{sgn}(y_1 - y_2) \text{sgn}(x_1 - x_2) \left[\frac{\pi}{2} \text{sgn}(y_1 - y_2) - \arctan\left(\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}\right) \right] \quad (2.4)$$

avec $\text{sgn}(0) = 0$.

2.2.1.2. Intersection d'un cône avec un plan

L'équation de l'intersection d'un cône d'axe normal au plan d'équation $z = t$ avec ce plan peut s'écrire sous la forme suivante :

$$x^2 + y^2 = z^2 \tan^2(\alpha) \quad (2.5)$$

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

Pour tout cône d'axe oblique, *i.e.* avec θ non nul, il faut procéder à une rotation autour de l'axe Ox dans le sens horaire inverse pour représenter le cône dans le référentiel $Oxyz$ de la caméra Compton. La matrice de rotation R_θ s'écrit alors :

$$R_\theta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

L'Eq. 2.5 devient :

$$x^2 + (y \cos(\theta) - z \sin(\theta))^2 = (y \sin(\theta) + z \cos(\theta))^2 \tan^2(\alpha) \quad (2.6)$$

Comme $z = t$, z est une constante. On peut définir a , b , et c pour réduire l'expression :

$$\begin{aligned} a &= (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \tan^2(\alpha)) \\ b &= z(2 \cos(\theta) \sin(\theta) + 2 \cos(\theta) \sin(\theta) \tan^2(\alpha)) \\ c &= z^2(\sin^2(\theta) - \cos^2(\theta) \tan^2(\alpha)) \end{aligned}$$

L'Eq. 2.6 devient :

$$x^2 + ay^2 - by + c = 0 \quad (2.7)$$

Dans le cas où φ est non nul, on procède en plus à une rotation du cône autour de l'axe Oz grâce à la matrice de rotation R_φ :

$$R_\varphi = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'Eq. 2.7 devient:

$$(x \cos(\varphi) - y \sin(\varphi))^2 + a(x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi))^2 - b(x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi)) + c \quad (2.8)$$

L'Eq. 2.8 peut aussi être écrite sous la forme suivante :

$$x^2(d^2 + af^2) + y^2(f^2 + ad^2) + xy(2afd - 2df) -xbf - ybd + c = 0 \quad (2.9)$$

avec $d = \cos(\varphi)$ et $f = \sin(\varphi)$.

Finalement, l'Eq. 2.9 devient :

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Fy + G = 0$$

avec $A = d^2 + af^2$, $C = f^2 + ad^2$, $B = df(a - 1)$, $F = \frac{-bd}{2}$, $G = c$ et $D = \frac{-bf}{2}$.

Ceci est donc l'équation d'une conique produite par l'intersection d'un cône d'axe de direction (θ, φ) et d'angle d'ouverture α avec un plan à une distance $z = t$ de la

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

surface d'entrée de la caméra. Si $B^2 - 4AC < 0$, la conique est une ellipse ou un cercle.

2.2.1.3. Échantillonnage d'une ellipse sur un plan

Pour échantillonner une ellipse, on utilise l'équation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = a_1 \cos(\eta) \\ y = b_1 \sin(\eta) \end{cases}$$

où a_1 et b_1 sont les demi-axes de l'ellipse, et η un paramètre azimuthal prenant des valeurs entre 0 et 2π .

Un dessin homogène de l'ellipse sur les pixels de l'image est alors obtenu en discrétisant uniformément le paramètre azimuthal η et en représentant dans chaque pixel correspondant la somme des longueurs d'arc ds de l'ellipse interceptant le pixel calculée pour chaque valeur discrète de η .

$$ds = a_1 \sqrt{1 - e^2 \cos^2(\eta)} d\eta$$

où $e = \frac{\sqrt{a_1^2 - b_1^2}}{a_1}$ est l'excentricité de l'ellipse avec :

$$a_1 = \sqrt{\frac{2(AF^2 + CD^2 + GB^2 - 2BDF - ACG)}{(B^2 - AC) \left[\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} - (A + C) \right]}}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{2(AF^2 + CD^2 + GB^2 - 2BDF - ACG)}{(B^2 - AC) \left[-\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} - (A + C) \right]}}$$

Ceci étant une représentation d'une ellipse centrée en $(0, 0)$ et de demi-axes orientés selon les axes Ox et Oy , il est nécessaire d'effectuer une rotation d'angle μ autour de l'axe Oz et une translation par le vecteur (x_0, y_0) afin de placer l'ellipse dans le même référentiel que celui de la caméra, avec :

$$\mu = \text{sgn}(A - C) \left[\frac{\pi}{4} + \text{sgn}(A - C) \left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2B}{A - C}\right) \right] \right]$$

et $\text{sgn}(0) = 0$,

$$x_0 = \frac{CD - BF}{B^2 - AC} + x_1 \text{ et } y_0 = \frac{AF - BD}{B^2 - AC} - y_1$$

où (x_1, y_1) sont les coordonnées dans le plan Oxy de l'interaction Compton dans le diffuseur.

Bien que cette représentation du cône permette un échantillonnage homogène, elle ne permet pas de prendre en compte les incertitudes de mesures ainsi que le phénomène d'élargissement Doppler ou *Doppler broadening* (cf. Section 1.2.4).

2.2.2. Prise en compte des incertitudes de mesure et de l'élargissement Doppler pour l'estimation des origines possibles du rayon gamma

Quel que soit l'algorithme de reconstruction d'image utilisé, la vérité de l'image reconstruite est relative à la vérité des données. L'image est d'autant plus incertaine que les données le sont. L'exercice consiste donc à fournir les données les plus précises possibles en estimant le plus précisément possible leurs incertitudes. Si celles-ci sont surestimées, l'image sera imprécise. Si elles sont sous-estimées, l'image sera inexacte. Lorsqu'une donnée est trop incertaine, la question est de savoir s'il y a vraiment un sens à en tenir compte. Ce sont pour départ ces constats qui motivent le raisonnement qui suit.

Chacune des erreurs de mesure associées à la détection d'un évènement Compton implique une incertitude sur le cône qui en est déduit. Nous considérons ici uniquement les types d'évènement (a) et (d) de la Figure 2.3, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a eu qu'une seule diffusion dans le diffuseur et une absorption à pleine énergie dans l'absorbeur. Les incertitudes sur chaque paramètre mesuré sont alors ΔE_1 , ΔE_2 , Δx_1 , Δy_1 , Δz_1 , Δx_2 , Δy_2 et Δz_2 .

2.2.2.1. Prise en compte des incertitudes sur la mesure des énergies

Bien que la formule d'incertitude sur l'angle d'ouverture du cône α en fonction des incertitudes ΔE_1 et ΔE_2 peut être retrouvée et écrite de différentes manières [Ordenez et al. 1997a] [A. C. Zoglauer 2005], il s'agit dans tous les cas du résultat d'une propagation des erreurs sur l'angle de diffusion Compton α par le calcul de la variance du développement limité au premier ordre de l'Eq. 2.1 autour de E_1 et E_2 . Le résultat est alors le suivant :

$$\Delta\alpha_E = \sqrt{\frac{m_e c^2 (\Delta E_2^2 E_1^2 (E_1 + 2E_2)^2 + \Delta E_1^2 E_2^4)}{E_1 E_2^2 (E_1 + E_2)^2 (2E_2 (E_1 + E_2) - m_e c^2 E_1)}} \quad (2.10)$$

Ce calcul est possible si $(2E_2 (E_1 + E_2) - m_e c^2 E_1) > 0$. En prenant un cas simple ($E_1 + E_2 = m_e c^2 = 0.511$ MeV), on peut montrer que cela a un sens car l'énergie E_1 est maximale lorsqu'une diffusion a lieu avec un angle de 180° , ce qui implique que $E_1 = 2E_2$. L'hypothèse sous-jacente que l'on fait en propageant les erreurs par un développement limité au premier ordre est que la fonction arccos est pratiquement linéaire. Soit $E = 100$ keV et $E = 511$ keV. Étudions la linéarité de l'Eq. 2.1 (Figure 2.4).

Dans les deux cas, l'Eq. 2.1 est concave vers $\alpha = 0^\circ$ puis convexe vers $\alpha = 180^\circ$. L'estimation de l'incertitude est donc, selon la contrainte de quasi-linéarité, valable uniquement sur une gamme restreinte d'angles de diffusion.

Comparons l'angle Compton moyen théorique à la valeur maximale d'occurrence de l'angle Compton obtenu par simulation Monte Carlo pour une incertitude relative

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

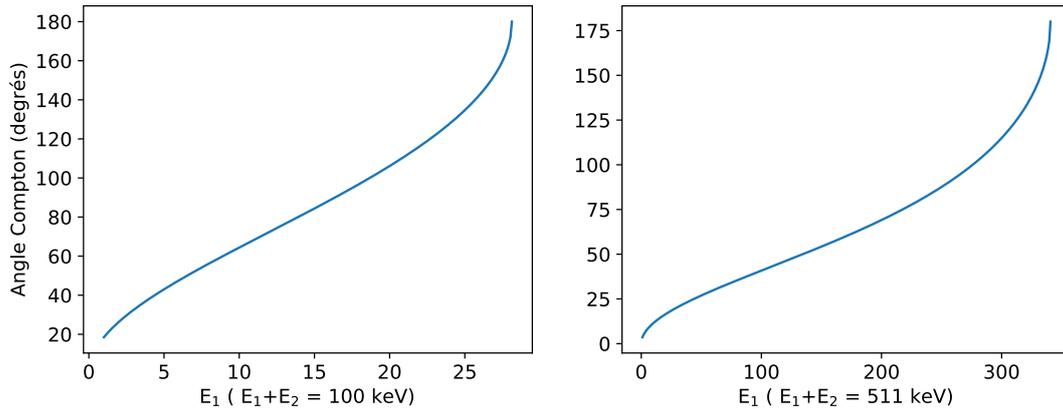


Figure 2.4. – Résolution de l'Eq. 2.1 en fonction de E_1 pour 100 keV et 511 keV.

de 10% à 511 keV et 5% à 511 keV pour $E = 100$ keV et $E = 511$ keV (Figure 2.5).

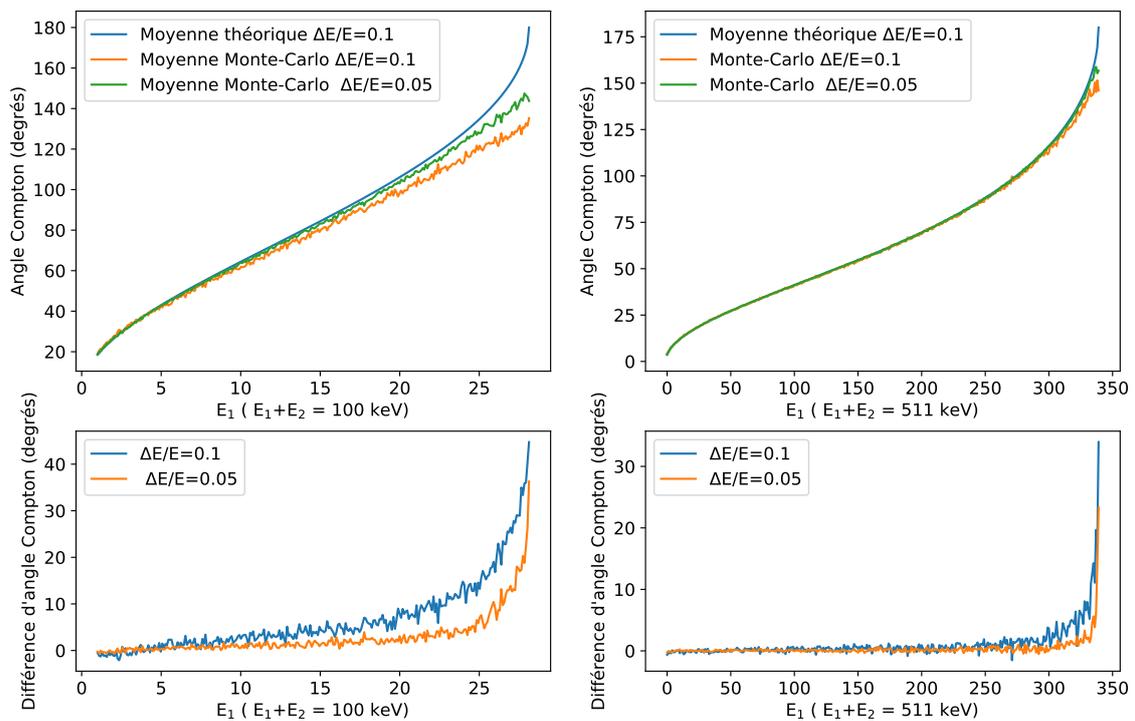


Figure 2.5. – Étude de la dérive de la moyenne sur l'angle α simulée par rapport à la moyenne théorique pour 100 keV et 511 keV.

Il est visible que plus l'angle Compton α est grand, plus la moyenne simulée diverge en comparaison à la moyenne théorique. Nous traçons l'histogramme des angles Compton calculés à partir de simulations pour une incertitude relative de 10% à 511 keV, une énergie des rayons gamma de 511 keV et un angle α sur 180° en Figure 2.6.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

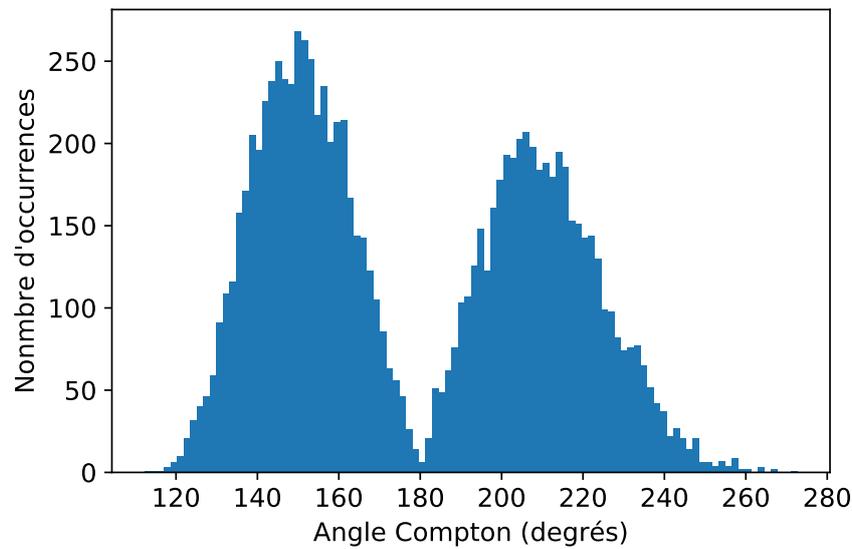


Figure 2.6. – Distribution de l'angle Compton obtenu à partir d'un tirage Monte Carlo de valeurs aléatoires autour de E_1 et E_2 à 511 keV pour une incertitude relative de 10% et pour un angle initial de 180° .

Nous pouvons noter que la distribution n'est pas centrée en 180° et qu'elle est constituée de deux distributions sensiblement normales de part et d'autre de 180° . Cela suggère que la reconstruction de l'angle Compton α pour des événements de rétrodiffusés contient un biais systématique considérable induisant une reconstruction erronée de la position des sources radioactives. On pourra donc tenter d'adapter l'algorithme de reconstruction d'images pour prendre en compte cette aberration.

Étudions à présent la différence entre l'incertitude sur α théorique et simulée à partir de la Figure 2.7. Nous observons qu'elle diverge au voisinage de $\alpha = 0^\circ$ et de $\alpha = 180^\circ$ en raison du fait que le fonction arccos n'est définie que dans l'intervalle $[-1,1]$.

Les valeurs de α pour lesquelles elle commence à diverger sont celles à partir desquelles la fonction arccos n'est plus linéaire. Nous pouvons en déduire que pour des énergies entre 100 keV et 2 MeV, l'estimation théorique de l'incertitude sera correcte et acceptable entre 35° et 90° .

Pour ce qui est de la discordance entre les incertitudes estimées à basse énergie, quelle que soit l'énergie du photon incident E , la divergence est importante lorsque $E_1 < 4 \pm 1$ keV. Une estimation de l'incertitude plus juste dans ces conditions serait une droite passant par 0 et par l'incertitude estimée algébriquement lorsque $E_1 = 4$ keV.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

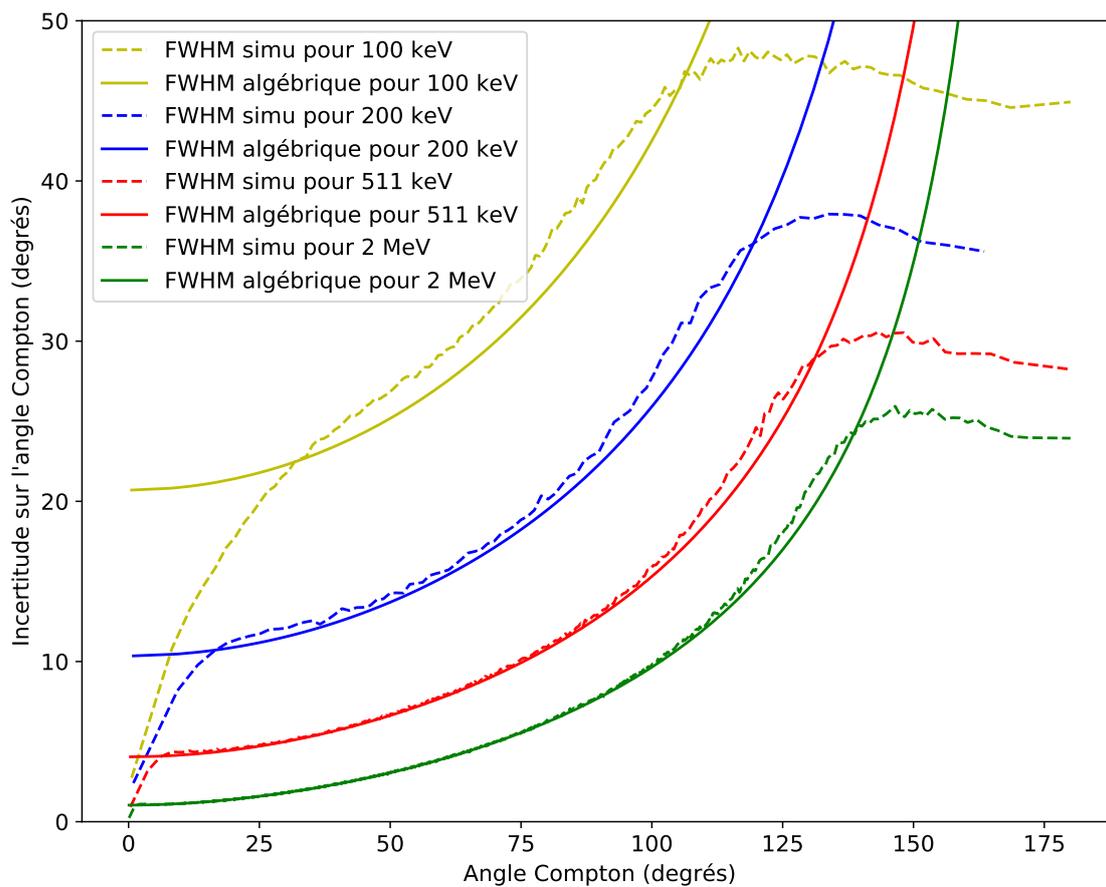


Figure 2.7. – Comparaison entre l'incertitude FWHM sur α estimée algébriquement et par Monte Carlo pour 4 énergies différentes.

2.2.2.2. Prise en compte de l'élargissement Doppler sur incertitude sur l'estimation de l'angle de diffusion Compton

Considérons maintenant l'Eq. 1.4. L'étude de celle-ci montre que plus E_2 est grand, moins la variation de p_z influence la valeur de l'angle d'ouverture du cône α .

Afin de se convaincre que l'élargissement Doppler a un impact non négligeable sur l'incertitude, nous allons dans un premier temps ajuster une gaussienne à la distribution de p_z . La Figure 2.8 présente l'incertitude théorique de l'angle de diffusion liée à l'élargissement Doppler ou aux incertitudes de mesure de l'énergie pour des rayons gamma de 100 keV à 2 MeV et pour un angle Compton compris entre 35° et 90° (voir section précédente).

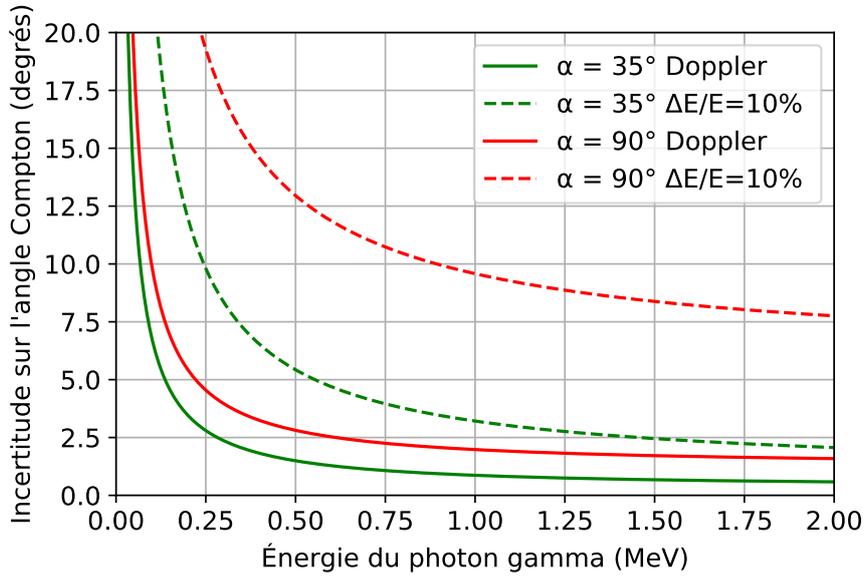


Figure 2.8. – Incertitude de l'angle de diffusion Compton en fonction de l'énergie du rayon gamma liée à l'élargissement Doppler ou à une incertitude relative sur la mesure de l'énergie de 10% pour des angles de diffusion compris entre 35° et 90°.

Ordenez et al. [Ordenez et al. 1997c] proposent la formule suivante pour propager les incertitudes de mesure des énergies et de l'élargissement Doppler sur l'angle α :

$$\Delta\alpha_E = \sqrt{\frac{1}{k_\alpha^2} \left((k_s \Delta E_1)^2 + (k_a \Delta E_2)^2 + (k_{p_z} \Delta p_z)^2 \right)} \quad (2.11)$$

où

$$k_\alpha = \left(\frac{1}{mc^2} - \frac{p_z}{mcw} \right) E_2 E_1 \sin \alpha$$

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

$$k_s = 1 - \frac{E_1}{mc^2}(1 - \cos \alpha) + \frac{p_z}{mcw}(E - E_2 \cos \alpha)$$

$$k_a = \left(\frac{1}{mc^2} - \frac{p_z}{mcw} \right) (E_2 + E)(1 - \cos \alpha)$$

$$k_{p_z} = \frac{w}{mc}$$

$$w = \sqrt{E^2 + E_2^2 - 2EE_2 \cos \theta}$$

On pourra noter que l'estimation de l'incertitude de l'angle de diffusion $\Delta \alpha_E$ à partir de l'Eq. 2.11 implique une connaissance de l'incertitude Δp_z de la projection de l'impulsion de l'électron sur le vecteur de transfert d'impulsion entre le photon incident et le photon diffusé. Si $\Delta p_z = 0$, alors l'estimation de $\Delta \alpha_E$ à partir de l'Eq. 2.11 ne sera pas égale à celle de l'Eq. 2.10.

De plus, la distribution de p_z n'est pas normale. Pour cette raison, dans sa thèse de doctorat, Yuemeng Feng [Feng 2019] montre qu'estimer l'incertitude liée à l'estimation de l'angle de diffusion Compton par une seule erreur réduit la qualité des images reconstruites par une méthode de type MLEM. Une des solutions serait alors de faire l'hypothèse que Δp_z est distribuée selon une somme de gaussiennes d'incertitudes $\{\Delta p_{z1}, \Delta p_{z2}, \Delta p_{z3}, \Delta p_{z4}, \dots\}$ pondérées par des poids différents. L'incertitude sur l'angle Compton serait alors aussi distribuée selon une somme de gaussiennes d'incertitudes $\{\Delta \alpha_{E1}, \Delta \alpha_{E2}, \Delta \alpha_{E3}, \Delta \alpha_{E4}, \dots\}$ estimées à partir de l'Eq. 2.11. Nous notons k_i les facteurs de pondération respectifs d'ajustement de la combinaison linéaire de gaussiennes.

La Figure 2.9 présente le résultat des distributions de l'angle α obtenues par Monte Carlo ou analytiquement pour des rayons gamma de 200 keV et une incertitude relative sur la mesure de l'énergie de 10% avec une ou plusieurs gaussiennes (jusqu'à quatre) minimisées sur la distribution de p_z correspondant à celle obtenue pour une interaction Compton dans un cristal de CeBr₃ [Biggs et al. 1975]. La différence des distributions entre les deux méthodes analytiques est peu perceptible, bien que celle des multiples gaussiennes est plus proche du Monte Carlo.

2.2.2.3. Prise en compte des incertitudes sur les positions d'interaction

Les incertitudes sur les positions d'interaction engendrent des incertitudes sur les angles θ et φ . Or dans la littérature, elles sont souvent rapportées, par approximation, à une incertitude sur l'angle α [Singh et al. 1983][Franches 2010] [Lojacono 2013]. Pourtant, comme visible dans l'Eq. 2.1, α ne dépend pas des vecteurs \vec{r}_1 et \vec{r}_2 . Nous

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

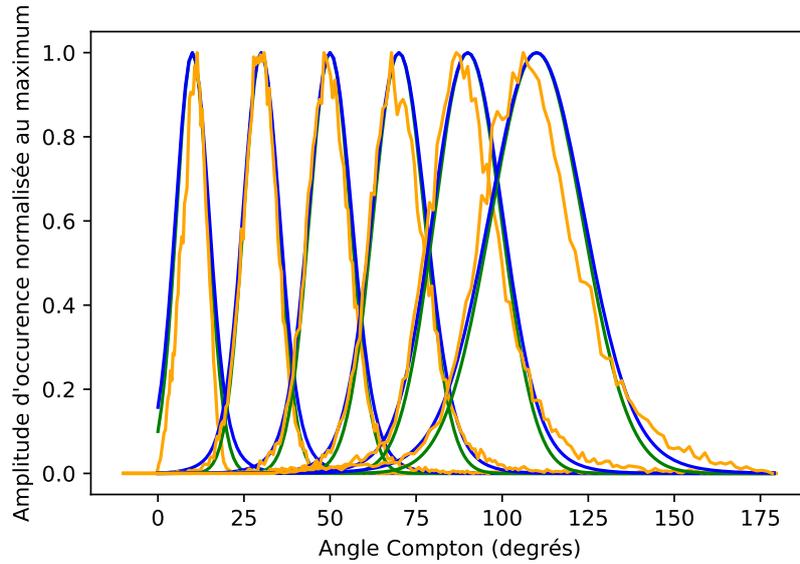


Figure 2.9. – Distributions de l'angle α pour $E = 200$ keV et $\Delta E/E = 10\%$ obtenues par Monte Carlo (en orange), ou analytiquement en minimisant une (en vert) ou quatre (en bleu) gaussiennes sur la distribution de p_z pour une interaction Compton dans un cristal de CeBr_3 .

allons donc vérifier que cette approximation fournit des résultats peu différents par rapport à une propagation sur les angles θ et φ . Pour ce faire, nous allons d'abord effectuer un calcul analytique des conséquences des incertitudes des positions des interactions sur le calcul de l'angle de diffusion α , puis sur celui de θ et φ . Ces incertitudes seront ensuite propagées sur la détermination des paramètres du cône Compton en Section 2.2.2.4 et les résultats de ces deux méthodes seront comparés à des simulations Monte Carlo.

2.2.2.3.1. Répercussion des incertitudes des positions d'interaction sur l'angle α

Pour répercuter les incertitudes des positions d'interaction $\Delta(xy)_1 = \Delta x_1 = \Delta y_1$ et $\Delta(xy)_2 = \Delta x_2 = \Delta y_2$ dans le plan Oxy que Δz_1 et Δz_2 en profondeur, il suffit, comme par exemple pour $\Delta(xy)_1$, de calculer le double de l'angle entre le vecteur $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ et le vecteur $\overrightarrow{\Delta r_{1\pm}} - \vec{r}_2$ avec $\overrightarrow{\Delta r_{1\pm}} = (x_1 \pm \Delta x_1/2, y_1, z_1)$ (Figure 2.10). Notons que si le vecteur $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ n'est pas normal à la face avant de la caméra, alors l'incertitude sur α ne suit pas une loi normale. Nous jugerons de l'impact de ce choix de l'approximation en Section 2.2.2.5.

Les incertitudes $\Delta\alpha_{xy_1}$, $\Delta\alpha_{z_1}$, $\Delta\alpha_{xy_2}$ et $\Delta\alpha_{z_2}$ sont obtenues de manière similaire.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

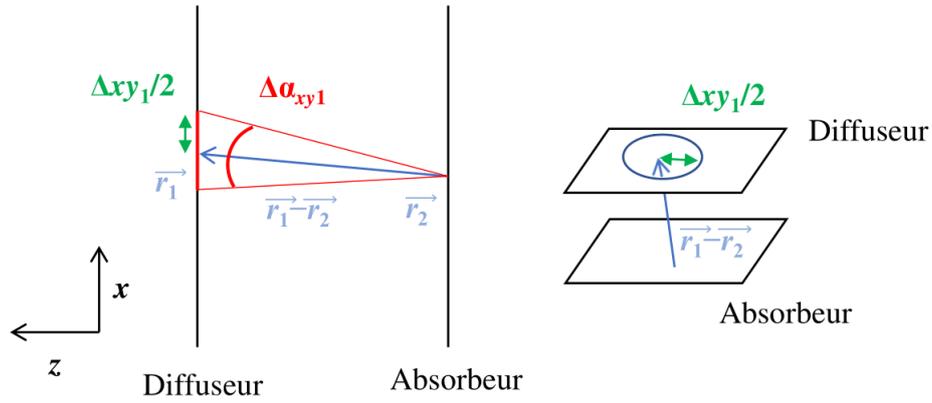


Figure 2.10. – Représentation de l'incertitude Δxy_1 et de sa répercussion comme une incertitude sur l'angle α .

2.2.2.3.2. Répercussion des incertitudes des positions d'interaction sur les angles θ et φ

Calculons maintenant les incertitudes sur θ et φ en propageant les variances des développements limités au premier ordre de l'Eq. 2.3 et l'Eq.2.4.

$$\Delta l = \sqrt{\frac{(\Delta x_2^2 + \Delta x_1^2)(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2(\Delta y_2^2 + \Delta y_1^2)}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (2.12)$$

L'incertitude sur θ s'écrit :

$$\Delta \theta = \sqrt{\frac{l^2(\Delta z_2^2 + \Delta z_1^2) + \Delta l^2(z_2 - z_1)^2}{((z_2 - z_1)^2 + l^2)^2}} \quad (2.13)$$

De même que l'incertitude sur φ s'écrit :

$$\Delta \varphi = \sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2(\Delta y_2^2 + \Delta y_1^2) + (\Delta x_2^2 + \Delta x_1^2)(y_2 - y_1)^2}{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2}} \quad (2.14)$$

2.2.2.4. Répercussion de toutes les incertitudes de mesure

Dans la sous-section précédente, les incertitudes sur les positions d'interactions ont été répercutées sur l'incertitude de l'angle de diffusion Compton. Cette dernière est aussi affectée par des contributions provenant des incertitudes en énergie et de celles liées à l'élargissement Doppler, mais de manières différentes. Nous allons donc distinguer les deux cas.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

2.2.2.4.1. Répercussion de toutes les incertitudes de mesure sur l'angle α

Pour rappel, l'incertitude sur l'angle de diffusion Compton α par l'élargissement Doppler et par les incertitudes de mesure des énergies est mieux estimée par la somme pondérée de lois normales. Si les incertitudes de mesure sur les positions d'interaction sont prises en compte par des incertitudes sur l'angle α , alors leur contribution peut être ajoutée à $\Delta\alpha_{E_1}, \Delta\alpha_{E_2}, \Delta\alpha_{E_3}$ et $\Delta\alpha_{E_4}$, obtenant ainsi les incertitudes $\Delta\alpha_{tot1}, \Delta\alpha_{tot2}, \Delta\alpha_{tot3}$ et $\Delta\alpha_{tot4}$ calculées comme [Singh et al. 1983] :

$$\tan^2(\Delta\alpha_{tot_i}) = \tan^2(\Delta\alpha_{(xy)_1}) + \tan^2(\Delta\alpha_{(xy)_2}) + 4\tan^2(\Delta\alpha_{z_1}) + 4\tan^2(\Delta\alpha_{z_2}) + \tan^2(\Delta\alpha_{E_i}) \quad (2.15)$$

Ainsi, la probabilité $h_p(x_p, y_p, z_p)$ que le voxel (x_p, y_p, z_p) fasse partie du cône est donnée par la somme pondérée de plusieurs probabilités d'avoir un cône d'ouverture α_p passant par le voxel p , sachant que la variable aléatoire α_p est distribuée selon la somme des lois normales déterminées en Section 2.2.2.2 pondérées par k_i , de moyenne α et de largeurs à mi-hauteur (FWHM) $\Delta\alpha_{tot1}, \Delta\alpha_{tot2}, \Delta\alpha_{tot3}$ et $\Delta\alpha_{tot4}$.

2.2.2.4.2. Répercussion de toutes les incertitudes de mesure sur les angles θ et φ

Considérons maintenant la répercussion des incertitudes de mesure sur les angles θ et φ . Soit le voxel (x_v, y_v, z_v) . Il existe une multitude de cônes passant par ce voxel. Prenons l'un d'entre eux. Nous pouvons à présent calculer la probabilité que le cône de paramètres $(\alpha_v, \theta_v, \varphi_v)$ corresponde au cône mesuré de paramètres $(\alpha, \theta, \varphi)$. Cette probabilité est égale à la probabilité $P(\alpha_v)$ que l'angle Compton mesuré soit égale à α_v multiplié par $P(\theta_v)$, la probabilité que la colatitude du cône mesurée soit égale à θ_v , multiplié par $P(\varphi_v)$, la probabilité que la longitude du cône mesurée soit φ_v .

Pour toute valeur de θ_v et φ_v , il existe un unique α_v (modulo 180°) pour lequel le cône passe par le centre du voxel (x_v, y_v, z_v) . On peut alors définir $h_{\alpha_v}(\theta_v, \varphi_v)$, la fonction permettant de calculer α_v . La probabilité que le voxel (x_v, y_v, z_v) fasse partie du cône Compton s'écrit :

$$h_v(x_p, y_p, z_p) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^0 P(h_{\alpha_v}(\theta_v, \varphi_v)) \times P(\theta_v) \times P(\varphi_v) \sin\theta_v d\theta_v d\varphi_v \quad (2.16)$$

On notera que α_v suit une distribution correspondant aux lois normales déterminées en Section 2.2.2.2 pondérées par k_i , de moyenne α et de largeurs à mi-hauteur (FWHM) $\Delta\alpha_{E_1}, \Delta\alpha_{E_2}, \Delta\alpha_{E_3}$ et $\Delta\alpha_{E_4}$.

2.2.2.5. Comparaison entre l'estimation théorique des erreurs sur le cône Compton et la simulation Monte Carlo

Nous avons étudié deux méthodes d'estimation de l'erreur sur le cône Compton. La Figure 2.11 présente l'intersection du cône avec ses incertitudes sur un plan perpen-

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

diculaire à l'axe de la caméra où le niveau de gris de chaque pixel et donné soit par $h_v(x_v, y_v, z_v)$ soit par $h_p(x_p, y_p, z_p)$ soit par simulation Monte Carlo

Nous observons que l'estimation des incertitudes avec $h_v(x_v, y_v, z_v)$ se rapproche le plus des résultats obtenus par Monte Carlo sans être parfaitement similaire. La principale raison est que les variables aléatoires $\hat{\varphi}$ et $\hat{\theta}$, qui sont des estimateurs de φ et θ , ne sont pas exactement distribuées de manière symétrique bien qu'on les ait approximées par des lois normales. Par exemple, pour une l'incertitude $\Delta x y_1$, l'angle formé entre le vecteur $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ et le vecteur $\overrightarrow{\Delta r_{1+}} - \vec{r}_2$ est différent de celui formé entre le vecteur $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ et le vecteur $\overrightarrow{\Delta r_{1-}} - \vec{r}_2$.

Aussi, estimer les incertitudes avec $h_v(x_v, y_v, z_v)$ nécessite le calcul d'une double intégrale, ce qui allonge considérablement le temps de calcul en comparaison de l'estimation des incertitudes avec $h_p(x_p, y_p, z_p)$. Dans la suite du manuscrit, nous utiliserons donc $h_p(x_p, y_p, z_p)$.

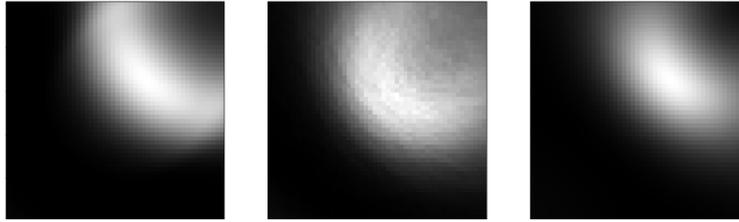


Figure 2.11. – Représentation de l'intersection du cône Compton avec ses incertitudes sur un plan à 35 cm perpendiculaire à l'axe de la caméra où le niveau de gris de chaque pixel et donné soit par $h_v(x_v, y_v, z_v)$ (à gauche) soit par $h_p(x_p, y_p, z_p)$ (à droite) soit par simulation Monte Carlo (au centre) pour un évènement Compton de paramètres (en millimètres et MeV) $((E_1 = 0.06, x_1 = 30, y_1 = 30, z_1 = 0), (E_2 = 0.450, x_2 = 0, y_2 = 0, z_2 = -32))$ correspondant à un cône Compton de paramètres $(\alpha = 30^\circ, \theta = -20^\circ, \varphi = -45^\circ)$ avec pour incertitudes $\Delta x y_1 = 1.5$ mm, $\Delta z_1 = 2.5$ mm, $\Delta x y_2 = 1.5$ mm et $\Delta z_2 = 4$ mm, $\Delta E / E = 9.4\%$.

2.2.2.6. Résumé

La comparaison entre l'estimation théorique des erreurs sur le cône Compton et la simulation Monte Carlo a permis de mettre en évidence la non symétrie de la distribution de $\hat{\varphi}$ et $\hat{\theta}$ autour de φ et θ qui mène à une mauvaise estimation des incertitudes sur le cône Compton.

Feng a montré qu'une sous estimation des incertitudes ne permet pas aux algorithmes de type MLEM de converger vers la bonne image de la distribution des sources radioactives [Feng 2019]. Si nous prenons le cas d'un point source à reconstruire, le fait que les cônes ne se recoupent pas mène l'algorithme à interpréter cela comme l'existence d'une multitude de sources très proches les unes des autres.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

Aussi, dans le cas d'un détecteur voxelisé, Xu propose une alternative à l'estimation de l'impact des incertitudes de mesure des positions d'interaction sur l'estimation des paramètres du cône Compton basé sur la taille des voxels [Xu 2006], puis il rapporte les incertitudes sur θ et φ à une incertitude sur α grâce à l'approximation suivante :

$$\sigma_\alpha = \sigma_\theta \cos^2 \alpha + \sigma_\varphi \sin^2 \alpha \quad (2.17)$$

Concernant l'impact des incertitudes de mesure des énergies, nous avons montré qu'il existe un angle α limite, dépendant de l'énergie du rayon gamma, pour lequel il n'est ni bon d'estimer l'incertitude, ni de reconstruire l'évènement Compton. En effet lorsque nous simulons par Monte Carlo des interactions Compton d'un angle α fixé à une valeur proche de 180° , la valeur moyenne contient un biais systématique.

Néanmoins, nous pouvons algébriquement essayer d'estimer la probabilité de détecter un évènement de type (a) ou (d). Nous parlerons alors de la "confiance en l'estimation des paramètres du cône Compton" pour désigner cette probabilité.

2.2.3. Confiance en l'estimation des paramètres du cône Compton

Soit la confiance en l'estimation des paramètres du cône Compton définie comme la probabilité que le l'évènement détecté soit de type (a) ou (d) (voir Figure 2.3). Elle peut être vue comme le conjugué de la probabilité que l'évènement détecté soit de type (b),(c),(e) ou (f) (voir Figure 2.3). Soit A_j le $j^{\text{ème}}$ évènement détecté (*i.e.* le $j^{\text{ème}}$ cône Compton). On peut alors écrire :

$$P(a \cup d | A_j) = 1 - (P(b | A_j) + P(c | A_j) + P(e | A_j) + P(f | A_j))$$

Si l'énergie du rayon gamma est connue, alors on peut facilement vérifier que son énergie est entièrement détectée. La probabilité de détecter des évènements de types (f) et (c) devient alors négligeable :

$$P(a \cup d | A_j, E) = 1 - (P(b | A_j, E) + P(e | A_j, E))$$

Grâce à l'estimation de la confiance en l'estimation des paramètres des cônes Compton correspondant aux évènements détectés, nous aimerions pouvoir apporter une information supplémentaire à l'algorithme de reconstruction d'image, qui pourrait alors donner plus d'importance aux mesures dont la confiance est élevée.

2.2.3.1. Estimation de la probabilité $P(b | A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ rayon gamma interagisse dans l'absorbeur avant d'interagir dans le diffuseur lorsque son énergie est connue

La probabilité que le $j^{\text{ème}}$ rayon gamma interagisse dans l'absorbeur avant d'interagir dans le diffuseur lorsque son énergie E est connue peut être écrite de la manière sui-

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

vante :

$$P(b|A_j, E) = \sum_{l=1}^N P(b|A_j, l, E)$$

où l est l'index du voxel de l'image de taille N .

Pour estimer $P(b|A_j, l, E)$, On peut l'exprimer en fonction de trois probabilités différentes :

- $P((a \cup d) \cap A_j|l, E)$, la probabilité qu'un rayon gamma émis par le voxel l de l'image interagisse une seule fois par effet Compton dans le diffuseur, puis qu'il soit complètement absorbé dans l'absorbeur et qu'il mène à la mesure A_j .
- $P(b \cap A_j|l, E)$, la probabilité qu'un rayon gamma émis par le voxel l de l'image interagisse par effet Compton dans l'absorbeur, puis qu'il soit complètement absorbé dans le diffuseur et qu'il mène à la mesure A_j .
- $P(e \cap A_j|l, E)$, la probabilité qu'un rayon gamma émis par le voxel l de l'image interagisse plusieurs fois dans le diffuseur, puis qu'il soit complètement absorbé dans l'absorbeur et qu'il mène à la mesure A_j .

Nous utilisons alors l'égalité suivante :

$$P(b|A_j, l, E) = \frac{P(b \cap A_j|l, E)}{P(b \cap A_j|l, E) + P(e \cap A_j|l, E) + P((a \cup d) \cap A_j|l, E)} \quad (2.18)$$

Néanmoins, $P(e \cap A_j|l, E)$ est difficilement estimable analytiquement, car il demande un calcul intégral. Il est donc difficile d'estimer $P(b|A_j, l, E)$. Au lieu de cela nous pouvons approximer $P(b \cap A_j|l, E)$ et faire l'hypothèse que cette probabilité est proportionnelle à $P(b|A_j, l, E)$. En accord avec les notations de la Figure 2.12 et de la Figure 2.2, $P(b \cap A_j|l, E)$ s'écrit :

$$P(b \cap A_j|l, E) = \frac{\cos(\theta_1)}{(d_1 + d_2 + d_3 + d_4)^2} e^{-\mu_{\text{air}}(E)d_1} e^{-\mu_{\text{diff}}(E) \frac{e_1}{\cos(\theta_1)}} e^{-\mu_{\text{air}}(E)d_3} e^{-\mu_{\text{abs}}(E)d_4} \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\alpha, E) \\ \frac{Z_{\text{eff}} N_A \rho}{A} \frac{\cos(\theta_2)}{(d_5 + d_6 + d_7)^2} e^{-\mu_{\text{diff}}(E_1)d_5} e^{-\mu_{\text{air}}(E)d_6} e^{-\mu_{\text{diff}}(E_1)d_7} \mu_{\text{diff}}(E_1) \quad (2.19)$$

où μ est le coefficient d'atténuation linéique total, N_A [mol^{-1}] la constante d'Avogadro, A [g/mol] la masse atomique équivalente du matériau, Z_{eff} le numéro atomique effectif de matériau, ρ [g/cm^2] sa masse volumique et $\frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\alpha, E)$ est la section efficace différentielle de Klein-Nishina. Les abréviations "abs" et "diff" renvoient à l'absorbeur et au diffuseur, respectivement.

Si la surface de détection de la caméra Compton est largement supérieure à la distance qui sépare le diffuseur de l'absorbeur, alors par approximation, $P(b \cap A_j|l, E)$ est proportionnelle à la section efficace différentielle de Klein-Nishina. Notons que celle-ci ne dépend pas de l . Bien que nous ne pouvons pas estimer $P(b|A_j, E)$, nous

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.2. De la détection d'un rayon gamma à la déduction de ses incidences possibles

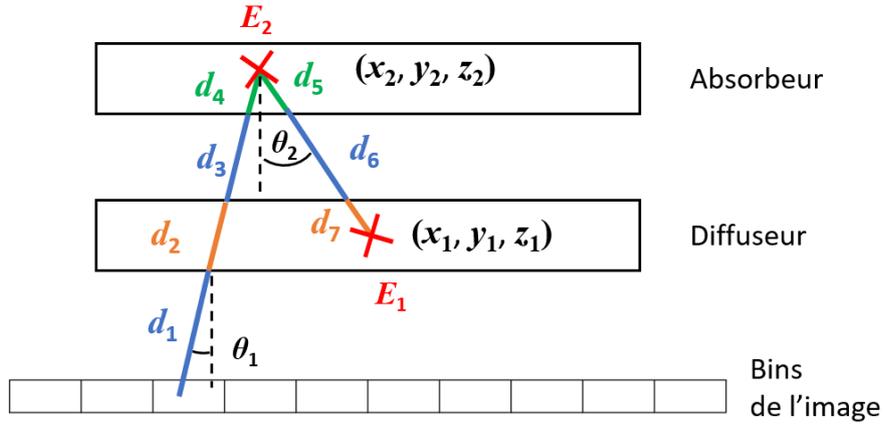


Figure 2.12. – Représentation schématique de la détection d'un rayon gamma provenant d'un voxel de l'image lorsque la diffusion a lieu dans l'absorbeur.

pouvons néanmoins considérer par approximation que cette probabilité est proportionnelle à la section efficace différentielle de Klein-Nishina que nous noterons K_j .

2.2.3.2. Estimation de la probabilité $P(e|A_j, E)$ que le $j^{\text{ème}}$ photon gamma interagisse plusieurs fois dans le diffuseur lorsque son énergie est connue

$$P(e|A_j, E) = \sum_{l=1}^N P(e|A_j, l, E)$$

Aussi, nous pouvons écrire :

$$P(e|A_j, l, E) = \frac{P(e \cap A_j | l, E)}{P(b \cap A_j | l, E) + P(e \cap A_j | l, E) + P((a \cup d) \cap A_j | l, E)} \quad (2.20)$$

Dans la section précédente, nous avons vu qu'il était difficile d'approcher analytiquement $P(e \cap A_j | l, E)$. Au lieu d'estimer $P(e|A_j, E)$, nous allons essayer de trouver un facteur de mérite basé sur la distribution des photons de scintillation collectés par la matrice de SiPM couplée au cristal de CeBr_3 .

Dans la littérature, nous retrouvons quelques travaux dans lesquels, certains événements sont rejetés en fonction d'un facteur de mérite [Hsu et al. 2019] [Scafè et al. 2017]. Scafè et al. [Scafè et al. 2017] mesurent la largeur à mi-hauteur et la symétrie de la distribution des photons de scintillation détectés sur la surface des PMT couplés à une matrice de cristaux. Le facteur de mérite (P_j) est alors calculé grâce à la formule suivante :

$$P_j = FWHM_x \sin(-\pi/4) + FWHM_y \cos(-\pi/4) \quad (2.21)$$

où $FWHM_x$ est la largeur à mi-hauteur de la distribution sur l'axe Ox , $FWHM_y$ est la largeur à mi-hauteur sur l'axe Oy et j dénote la $j^{\text{ème}}$ mesure.

Bien que cette méthode donne une bonne idée de la symétrie, elle permet plus difficilement de discerner les interactions multiples dont la distribution de photons reste symétrique.

Nous décidons donc de multiplier P_j par un facteur supplémentaire donnée par le rapport entre le nombre photons détectés par les 9 pixels autour de la position d'interaction estimée et le nombre total de photons détectés. Nous appellerons ce nouveau facteur de mérite F_j . Ainsi, plus F_j est élevé, moins nous aurons confiance en le fait que l'interaction dans le diffuseur est une interaction simple.

2.3. Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images

La méthode analytique de reconstruction d'images consiste en une rétroprojection filtrée ou en anglais *Filtered Back-Projection (FBP)*. Pour chaque évènement Compton, un cône peut être reconstruit. La somme des cônes donne une image. Dans le cas de mesures parfaites, la somme des cônes n'est pas exactement égale à l'image réelle [Voichita 2014]. Ce sont en fait surtout les hautes fréquences qui sont sous exprimées. Ces images nécessitent donc d'être convoluées par un filtre dans l'espace de Fourier. Dans sa thèse de doctorat, Lojacono [Lojacono 2013] rapporte que les images reconstruites par rétroprojection filtrée sont de mauvaise qualité lorsque le nombre de mesures est faible. Aujourd'hui, il est rare que cette méthode soit utilisée : des algorithmes itératifs de type descente de gradient permettent une meilleure flexibilité dans la paramétrisation et la représentation des cônes avant reconstruction.

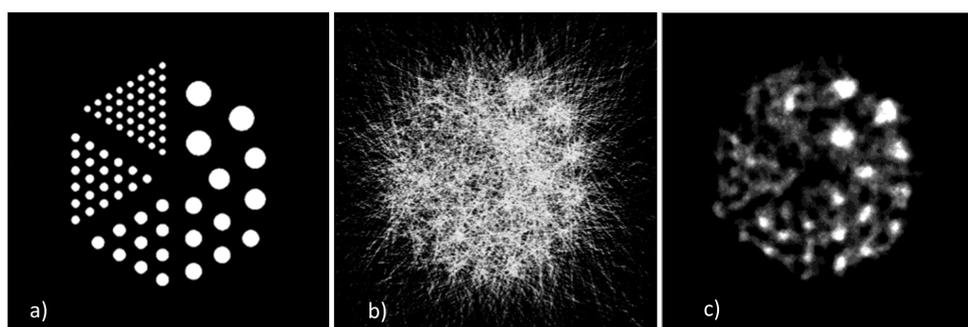


Figure 2.13. – Coupe transverse d'un fantôme de Derenzo (a) reconstruite par rétro-projection (b) et par l'algorithme LM-MLEM (c).

La Figure 2.13 présente une coupe transverse d'un fantôme de Derenzo et la reconstruction de 1000 cônes sans incertitude de mesure par rétroprojection sur une image

100 × 100 ainsi qu'une reconstruction en utilisant l'algorithme itératif *List-Mode Maximum Likelihood Expectation Maximization (LM-MLEM)* après 10 itérations [Barrett et al. 1997]. Cet algorithme sera introduit par la suite. Visuellement, il est plus simple d'apercevoir les sources avec la reconstruction par l'algorithme LM-MLEM. Pourtant, les sources visibles par rétroprojection ont une forme plus fidèle et apparaissent plus circulaires.

Cet exemple montre que la qualité d'image peut être étudiée avec des critères quantifiables, mais dont la pertinence reste subjective. Dans ce manuscrit, une image de meilleure qualité sera considérée comme une image dont la résolution spatiale sera la meilleure, l'activité reconstruite la moins biaisée et le rapport signal-sur-bruit le plus élevé.

2.3.1. Approche LM-MLEM pour la reconstruction d'images mono-énergétiques

Les approches de reconstruction tels que l'algorithme LM-MLEM sont supposées déterminer la distribution d'activité des sources radioactives imagées. Étant donné que dans la plupart des cas, le nombre d'évènements Compton est faible, l'algorithme LM-MLEM représente une alternative à l'algorithme *Maximum Likelihood Expectation Maximization (MLEM)* [Wilderman et al. 1998]. Soit M le nombre de voxels dans l'image représentant des éléments inconnus d'une distribution de sources discrétisées $f_1, \dots, f_i, \dots, f_M$ où f_i est le nombre attendu de photons émis par la source dans le voxel i et S_i la probabilité qu'un photon émis depuis le voxel i soit détecté³. La probabilité $P(i|f)$ pour un évènement Compton de provenir du voxel i est :

$$P(i|f) = \frac{f_i S_i}{\sum_{n=1}^M f_n S_n} \quad (2.22)$$

En considérant que l'émission des rayons gamma suit une loi de Poisson de moyenne N , le même raisonnement utilisé par Parra et Barrett [Parra; Barrett 1998] peut être suivi pour obtenir l'expression suivante :

$$\hat{f}_l^{(t+1)} = \frac{\hat{f}_l^{(t)}}{S_l} \sum_{j=1}^N \frac{p(A_j|l)}{\sum_{i=1}^M p(A_j|i) \hat{f}_i^{(t)}} \quad (2.23)$$

où :

- j représente le numéro de l'évènement Compton.
- l représente un index de voxel de l'image.
- $\hat{f}_l^{(t)}$ représente la valeur du voxel l à l'itération t .
- S_l est la probabilité de détecter un rayon gamma provenant du voxel l .
- A_j représente le $j^{\text{ème}}$ évènement Compton.
- $p(A_j|l)$ est la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ évènement Compton provienne du voxel l .

3. S_i est aussi appelé la sensibilité de la caméra pour un rayon gamma provenant du voxel i

2.3.1.1. Estimation de la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ évènement Compton provienne du voxel l

Nous décidons d'utiliser une approximation de $p(A_j|l)$ à partir des travaux de Lojacono [Lojacono 2013]. Son principal avantage est qu'elle est facile à calculer. En accord avec les notations de la Figure 2.14 où (x_p, y_p, z_p) sont les coordonnées du voxel l et $E = E_1 + E_2$ l'énergie totale, on peut écrire :

$$p(A_j|l) = \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\alpha, E) \frac{\cos(\theta_1)}{d_1^2} h(x_p, y_p, z_p)$$

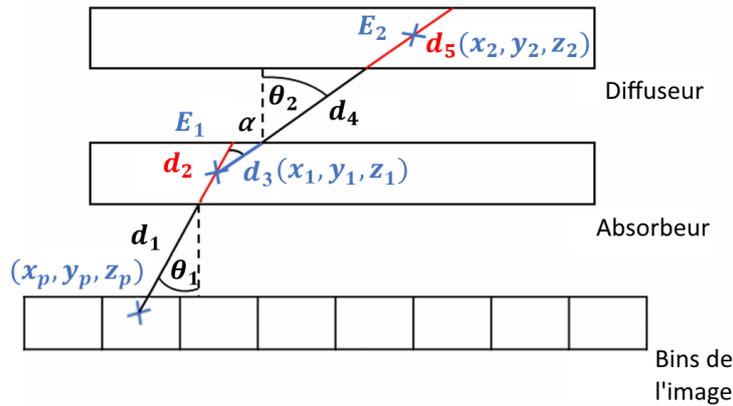


Figure 2.14. – Représentation schématique de la détection d'un rayon gamma provenant d'un voxel de l'image lorsque la diffusion a lieu dans le diffuseur.

2.3.1.2. Calcul de la sensibilité de la caméra pour le voxel l

Plusieurs modèles de sensibilité ont été étudiés dans la littérature [Sullivan et al. 2009][Muñoz et al. 2018][Xu et al. 2004][Hilaire 2015]. Parmi ceux proposés, outre les approximations souvent faites, deux types de modèles peuvent être principalement retrouvés. Le premier considère que l'énergie des rayons gamma détectés est connue et le second, plus généraliste, prend en compte uniquement les facteurs indépendants de l'énergie. La sensibilité de la caméra pour le voxel l s'écrit :

$$S_l = \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{diff}} dx dy \frac{\cos(\theta_1)}{d_1^2} \quad (2.24)$$

où d_1 est la distance entre le centre du voxel l et la surface du diffuseur et θ_1 l'angle d'incidence du rayon gamma.

Comme il est parfois impossible de connaître a priori l'énergie des rayons gamma émis par les sources radioactives à imager, Xu et He suggèrent de modifier légèrement

la représentation de f pour appliquer une correction de sensibilité propre à chacune des énergies en ajoutant une quatrième dimension. On parlera alors d'imagerie spectrale [Xu; He 2007]. La représentation de chaque cône Compton prend en considération le fait que le rayon gamma peut ne pas être complètement absorbé. Par souci de cohérence, il en va de même pour l'estimation de la sensibilité.

Bien que l'image obtenue après reconstruction est moins bruitée qu'avec une implémentation classique, on note une perte en résolution spatiale.

Pour cette raison, nous détaillerons plus loin une implémentation dans laquelle la représentation du cône Compton ne prendra pas en considération le fait que le rayon gamma peut ne pas être complètement absorbé.

2.3.2. Implémentation de l'algorithme LM-MLEM pour la reconstruction d'images poly-énergétiques

Soit f la distribution d'une source poly-énergétique décrite dans un espace multidimensionnel comprenant l'espace et l'énergie, où $f_{i,e}$ est le nombre attendu de rayons gammas d'énergie discrète E_e , d'énergie maximale E_{\max} , $e = 1, \dots, Q$ émis depuis le voxel i . $S_{i,e}$ correspond à la probabilité de détecter un rayon gamma d'énergie E_e provenant du voxel i (i.e. la sensibilité de la caméra aux rayons gamma d'énergie E_e provenant du voxel i). La probabilité $P(i, e|f)$ pour un évènement Compton de provenir du voxel i avec une énergie E_e s'écrit :

$$P(i, e|f) = \frac{f_{i,e} S_{i,e}}{\sum_{n=1}^M \sum_{q=1}^Q f_{n,q} S_{n,q}}$$

L'Eq. 2.22 peut être réécrite de la manière suivante :

$$P(k|f) = \frac{f_k S_k}{\sum_{n=1}^K f_n S_n}$$

avec $k = i + M \times e$, où $k = 0, \dots, K = M \times Q$. En faisant cela, le même raisonnement utilisé par Parra et Barrett [Parra; Barrett 1998] peut être appliqué. La seule différence notable est la taille de l'image f , qui est M dans le cas d'une distribution mono-énergétique (LM-MLEM) et $M \times Q$ dans le cas d'une imagerie poly-énergétique (PE-LM-MLEM) [Mehadji et al. 2018].

Pour estimer $p(A_j|l)$, l'approximation décrite par Lojacocono [Lojacocono 2013] reste en partie celle utilisée, mais elle est multipliée par $p_j(\xi)$, qui correspond à la probabilité que l'énergie du rayon gamma détecté soit $\xi = E_{\max}/Q \times (l \bmod M) + 1$ en faisant l'hypothèse qu'elle est distribuée selon la loi :

$$\xi \sim \mathcal{N} \left(E = E_1 + E_2, \frac{\sqrt{\Delta E_1^2 + \Delta E_2^2}}{2\sqrt{2\ln(2)}} \right)$$

en supposant que $p_j(\xi) = 0$ si $\xi > 1.95 \times \frac{\sqrt{\Delta E_1^2 + \Delta E_2^2}}{2\sqrt{2\ln(2)}}$ et où E_1 et E_2 sont les énergies

mesurées pour l'événement j .

En accord avec les notations utilisées en Figure 2.14, on obtient [Mehadji et al. 2018] :

$$p(A_j|l) = \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\alpha, E) \frac{\cos(\theta_1)}{d_1^2} h(x_p, y_p) p_j(\xi)$$

La sensibilité propre à chaque énergie peut être exprimée d'après les notations des Figures 2.14 et 2.2 par :

$$S_k = \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{diff}} dx dy \left[\frac{\cos(\theta_1)}{d_1^2} e^{-\mu_{\text{air}}(E)d_1} \int_0^{e1} dz \left[\frac{1}{\cos(\theta_1)} e^{-\mu_{\text{diff}}(E) \frac{z}{\cos(\theta_1)}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \iint_{\text{abs}} dx' dy' \frac{\cos(\theta_2)}{(d_3 + d_4)^2} \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\alpha, E) \frac{Z_{\text{eff}} N_A \rho}{A} e^{-\mu_{\text{scat}}(E_2)d_3} e^{-\mu_{\text{air}}(E_2)d_4} \left(1 - e^{-\mu_{\text{abs}}(E_2)d_5} \right) \right] \right] \quad (2.25)$$

2.3.2.1. Validation de l'algorithme PE-LM-MLEM et comparaison avec l'algorithme LM-MLEM

Pour valider et comparer les algorithmes PE-LM-MLEM et LM-MLEM, des simulations ont été effectuées dans le vide avec un diffuseur de $10 \times 10 \times 1.5 \text{ cm}^3$ et un absorbeur de $10 \times 10 \times 3 \text{ cm}^3$ séparés de $d = 7.5 \text{ cm}$ (voir Figure 2.2). Des sources radioactives ponctuelles d'activités identiques ont été déposés sur un plan à 20 m de la face avant de la caméra comme montré dans la Figure 2.15. Seuls, les évènements Compton de types (a) et (d) (voir Figure 2.3) sont conservés. 10 000 évènements sont reconstruits, correspondant à 30 s d'acquisition de 12 sources de 1 GBq chacune à un taux d'acquisition d'évènements Compton d'approximativement 340 cps.

Des images de 50×50 pixels de $80 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ sont obtenues après 50 itérations de l'Eq. 2.23 en utilisant l'algorithme LM-MLEM et de $50 \times 50 \times 200$ pixels de $80 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} \times 12.5 \text{ keV}$ en utilisant l'algorithme PE-LM-MLEM (la reconstruction est faite uniquement sur le plan situé à 20 m de la face avant de la caméra Compton). Les activités obtenues par l'algorithme PE-LM-MLEM sont représentées en projetant la dimension énergétique de l'image multidimensionnelle dans le domaine spatial.

2.3.2.1.1. Reconstruction des sources radioactives ponctuelles avec des évènements Compton de types (a) ou (d)

La matrice de sensibilité a été estimée analytiquement pour les deux algorithmes en utilisant les Eqs. 2.24 et 2.25.

La Figure 2.17 présente les images reconstruites des sources radioactives ponctuelles en utilisant les algorithmes LM-MLEM et PE-LM-MLEM sans erreur de mesure. Lorsque

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.3. Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images

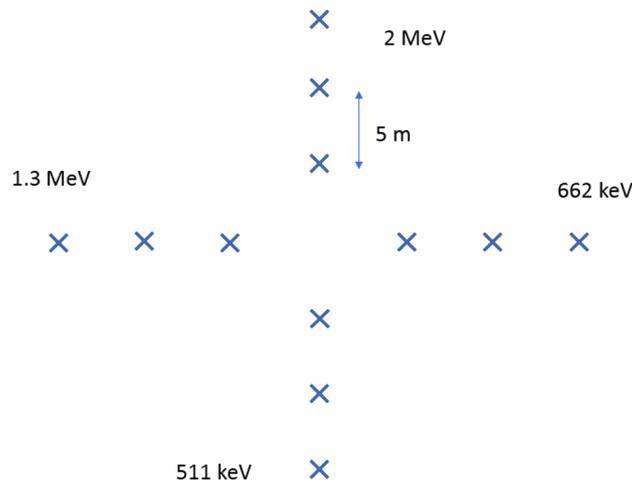


Figure 2.15. – Disposition des sources radioactive ponctuelles d'énergies différentes et d'activités identiques sur un plan situé à 20 m de la face avant de la caméra Compton.

le rayon gamma n'a pas complètement déposé son énergie dans l'absorbeur, E_2 est estimée en soustrayant à l'énergie des rayons gammas émis (connue a priori) l'énergie E_1 déposée dans le diffuseur (donnée par le Monte Carlo).

L'image reconstruite (Figure 2.16) et le graphique des activités relatives des points source reconstruits (Figure 2.17) démontrent la pertinence de la correction de sensibilité de la caméra Compton en fonction de l'énergie utilisée avec l'algorithme PE-LM-MLEM.

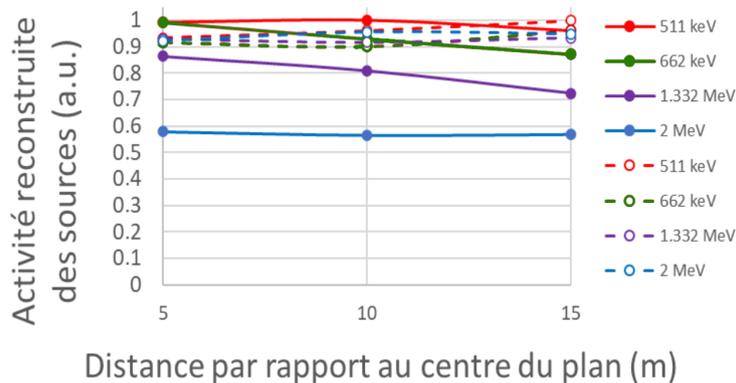


Figure 2.16. – Activités relatives des sources radioactives ponctuelles reconstruites avec les algorithmes (en trait discontinu) PE-LM-MLEM et (en trait plein) LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).

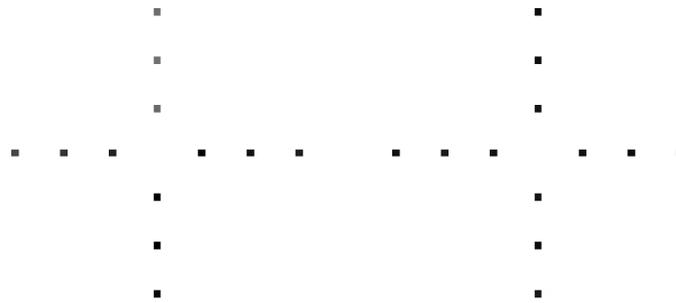


Figure 2.17. – Image des activités normalisées au maximum des sources radioactives ponctuelles d'énergies différentes simulées avec la même activité sans erreur de mesures reconstruites avec les algorithmes (à gauche) LM-MLEM et (à droite) PE-LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).

2.3.2.1.2. Reconstruction des sources radioactives ponctuelles simulées avec des incertitudes de mesures et sans supposer une absorption totale dans l'absorbeur

L'Eq. 2.25 permet d'estimer la probabilité qu'un rayon gamma d'une énergie donnée interagisse dans le diffuseur par effet Compton, puis au moins une fois dans l'absorbeur. Or, dans notre cas, nous aimerions estimer la probabilité qu'un rayon gamma interagisse par effet Compton dans le diffuseur, puis qu'il soit complètement absorbé dans l'absorbeur. En lieu et place d'un calcul analytique, il est plus rapide de l'estimer à partir de la simulation Monte Carlo. Pour chaque énergie et chaque voxel, une source est simulée afin de déterminer la sensibilité S_k . Les résultats sont ensuite normalisés et représentent la sensibilité de la caméra.

La Figure 2.18 présente les images reconstruites des sources radioactives ponctuelles avec la prise en compte des incertitudes de mesure en utilisant les algorithmes LM-MLEM et PE-LM-MLEM. Les incertitudes de mesure simulées sont : $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm, $\Delta E/E = 8\%$ @ 511 keV et E_2 correspond cette fois à l'énergie déposée dans l'absorbeur par le Monte Carlo.

Les sources radioactives ponctuelles de 1.3 MeV et 2 MeV proches du bord de l'image sont difficilement perceptibles en utilisant l'algorithme LM-MLEM. L'algorithme PE-LM-MLEM améliore visuellement la résolution de l'image. La séparation meilleure des événements Compton d'énergies différentes permet une interférence plus faible entre eux tout en maximisant la vraisemblance de l'information énergétique.

Le graphique des activités relatives reconstruites (somme de tous les pixels pour une région d'intérêt centrée sur chacune des sources reconstruites et sur toutes les énergies dans le cas de PE-LM-MLEM) (Figure 2.19) montre la pertinence de la correction de sensibilité utilisée par l'algorithme PE-LM-MLEM. Les spectres d'énergie simulé et reconstruit par l'algorithme PE-LM-MLEM (somme des activités par voxel d'énergie

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.3. Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images



Figure 2.18. – Images des activités normalisées au maximum des sources radioactives ponctuelles simulées de différentes énergies, d'activités identiques, avec les incertitudes de mesures $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm and $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV reconstruites avec les algorithmes (à gauche) LM-MLEM et (à droite) PE-LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).

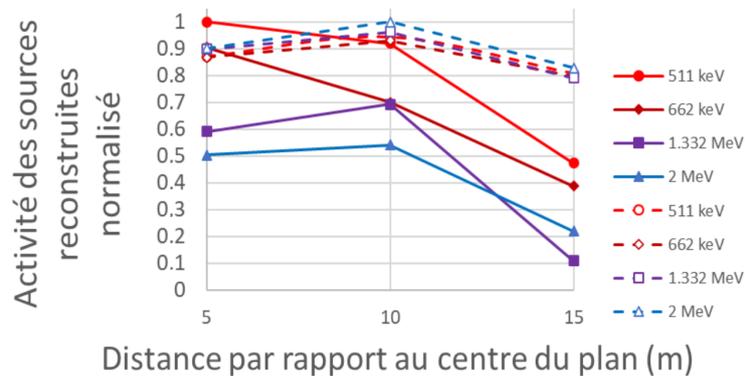


Figure 2.19. – Activités relatives des sources radioactives ponctuelles avec $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm and $\Delta E/E = 8$ % @ 511 keV et reconstruites en utilisant les algorithmes (traitillé) PE-LM-MLEM et (trait plein) LM-MLEM (source : [Mehadji et al. 2018]).

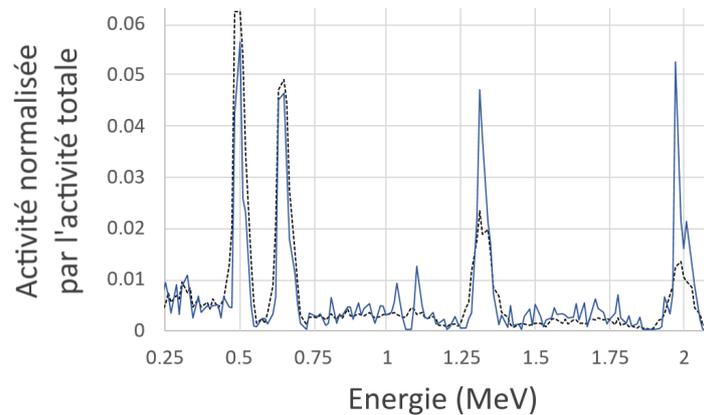


Figure 2.20. – Spectre d'énergies simulé avec une résolution en énergie de $\Delta E/E = 8\%$ @ 511 keV (courbe noire) et reconstruit avec l'algorithme PE-LM-MLEM (courbe bleue) (source : [Mehadji et al. 2018]).

dans l'image reconstruite multidimensionnelle) sont comparés dans la Figure 2.20. Le fait que les activités soient bien corrigées par l'algorithme PE-LM-MLEM, même dans les cas les plus difficiles (1.3 et 2 MeV), est bien visible. Néanmoins, le bruit est amplifié en dehors des énergies des sources radioactives ponctuelles. L'algorithme tente de converger vers des solutions pour des événements Compton où l'énergie déposée dans l'absorbeur est incomplète.

Il est possible d'ajouter l'information énergétique issue de la reconstruction en utilisant un modèle de représentation des couleurs adapté, par exemple, la Figure 2.21 présente les images reconstruites avec l'algorithme PE-LM-MLEM en utilisant le modèle TSV⁴ (teinte Saturation Valeur). Les énergies moyennes par pixel sont codées sur la teinte (hue en anglais) et donc donne la couleur et l'activité est codée dans la valeur (value/brightness) ce qui donne des pixels sombres à faible intensité et brillant à hautes intensité.

2.3.3. Incorporation de la confiance en l'estimation des paramètres des cônes Compton dans l'algorithme LM-MLEM lorsque l'énergie des rayons gamma est connue

Pour une caméra Compton composée de 2 plans de détection parallèles (un diffuseur et un absorbeur), nous avons pu vérifier par Monte Carlo que la sensibilité était faible lorsqu'une source est placée à une distance angulaire supérieure à 45° par rapport à l'axe normal à la caméra. On peut donc décider d'effectuer une reconstruction d'images uniquement dans un champ de vue d'une ouverture de 90°.

4. HSV/HSB en anglais pour Hue, saturation value/brightness

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.3. Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images

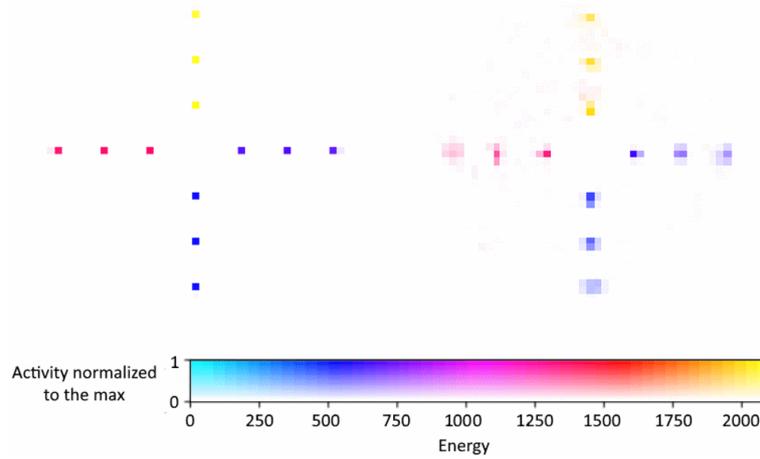


Figure 2.21. – Image spectrale des sources radioactives ponctuelles simulées avec la même activité et reconstruites avec l’algorithme PE-LM-MLEM (à gauche) sans incertitude de mesure et en supposant une absorption totale dans l’absorbeur ($E_2 = E - E_1$), et (à droite) avec les incertitudes de mesures $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm, $\Delta E/E = 8\%$ @ 511 keV et sans assumer une absorption totale dans l’absorbeur (source : [Mehadji et al. 2018])

Pourtant, il est possible qu’une source se trouve à l’extérieur de ce champ de vue. Dans sa thèse de doctorat, Zoglauer propose d’ajouter un nouveau facteur (v_j) dans l’Eq. 2.23 [A. C. Zoglauer 2005], qui correspond à la fraction de la longueur d’arc de l’ellipse donnée par l’intersection du cône Compton avec le plan de l’image contenue dans l’image. L’idée est que plus cette fraction est élevée, plus on peut être confiant sur le fait que la source est contenue dans l’image. L’Eq. 2.23 devient alors :

$$\hat{f}_l^{(t+1)} = \frac{\hat{f}_l^{(t)}}{S_l} \sum_{j=1}^N \frac{p(A_j|l)v_j}{\sum_{i=1}^M p(A_j|i)\hat{f}_i^{(t)}} \quad (2.26)$$

Lehner et al. ont aussi montré qu’ajouter un facteur $1/\alpha_j$ égal à l’inverse de l’angle de diffusion Compton améliore la vitesse de convergence de l’algorithme LM-MLEM [Lehner et al. 2004]. Plus cet angle est petit, plus les incertitudes de mesure sont faibles. Ainsi, en donnant plus de poids aux évènements Compton à petit angle, on améliore la résolution. L’équation qu’ils proposent est la suivante :

$$\hat{f}_l^{(t+1)} = \frac{\hat{f}_l^{(t)} \sum_{k=1}^N \alpha_k}{S_l} \sum_{j=1}^N \frac{p(A_j|l)}{\sum_{i=1}^M p(A_j|i)\hat{f}_i^{(t)} \alpha_j} \quad (2.27)$$

La somme $\sum_{k=1}^N \alpha_k$ permet de préserver l’activité dans l’image. Notons que Zoglauer n’a pas ajouté la somme $\sum_{k=1}^N v_k$ dans son implémentation.

De la même manière qu'ont été ajoutés les facteurs ν_j ou $(1/\alpha_j)$ à l'Eq. 2.23, nous pouvons envisager d'ajouter le facteur $P(a \cup d|A_j, E)$, c'est-à-dire la probabilité que le cône Compton mesuré corresponde à un événement Compton de type (a) ou (d) (voir Figure 2.3) pour lequel toute l'énergie du rayon gamma a été déposée dans la caméra Compton. En Section 2.2.3, nous avons vu que :

$P(a \cup d|A_j, E) = 1 - (P(b|A_j, E) + P(e|A_j, E))$. Nous avons aussi montré que $P(b|A_j, E)$ et $P(e|A_j, E)$ étaient difficilement estimables et que $P(b|A_j, E)$ était approximativement proportionnel à la section efficace différentielle de Klein-Nishina (K_j). Pour estimer $P(e|A_j, E)$, nous avons également élaboré un facteur de mérite basé sur la distribution des photons de scintillation collectées par la matrice de SiPM (F_j). Nous décidons donc d'incorporer l'inverse de K_j et de F_j à l'Eq. 2.23, qui devient alors :

$$\hat{f}_l^{(t+1)} = \frac{\hat{f}_l^{(t)} \sum_{k=1}^N K_k F_k}{S_l} \sum_{j=1}^N \frac{p(A_j|l)}{\sum_{i=1}^M p(A_j|i) \hat{f}_i^{(t)}} \frac{1}{K_j F_j} \quad (2.28)$$

2.3.3.1. Validation de la nouvelle implémentation de l'algorithme LM-MLEM

Pour valider cette nouvelle implémentation de l'algorithme LM-MLEM, nous effectuons une simulation Monte Carlo correspondant à une mesure de 30 minutes de 5 sources radioactives ponctuelles de 511 keV et de même activité (0.245 MBq) placés à 35 cm de la face avant de la caméra. Seuls les événements Compton pour lesquels les rayons gamma ont complètement déposé leur énergie dans la caméra sont conservés. La sélection des événements Compton utilise une fenêtre en coïncidence entre le diffuseur et l'absorbeur de 300 ns et un seuil de détection en énergie à 60 keV. Certains événements sélectionnés peuvent donc aussi être dus à des coïncidences fortuites.

Le prototype choisi est composé d'un diffuseur de $3 \times 3 \times 0.5 \text{ cm}^3$ et d'un absorbeur de $3 \times 3 \times 1.2 \text{ cm}^3$ séparés par $d = 3.2 \text{ cm}$. Les incertitudes de mesure sont : $\Delta E/E = 9.4\%$ à 511 keV, $\Delta(xy)_1 = 1.5 \text{ mm}$, $\Delta z_1 = 2.5 \text{ mm}$, $\Delta(xy)_2 = 1.5 \text{ mm}$ et $\Delta z_2 = 4 \text{ mm}$. La première source est placée sur l'axe de la caméra et les quatre autres autour de celle-ci, à 20 cm comme représenté sur Figure 2.22. Dans ce cas de figure, près de la moitié des événements Compton sélectionnés sont rétrodiffusés.

Dans la simulation Monte Carlo, les photons de scintillation émis par le cristal de CeBr₃ ne sont pas générés. Pour cette raison, au lieu d'être calculée comme décrit dans la Section 2.2.3.2, la valeur de F_j est estimée par le nombre d'interactions observées dans le diffuseur par Monte Carlo.

La Figure 2.23 présente des images de 100×100 pixels reconstruites après 10 itérations comprenant les 4015 événements détectés avec une implémentation classique de l'algorithme LM-MLEM, puis en ajoutant un à un les facteurs ν_j , $1/K_j$ puis $1/F_j$. Il est visible que sans le facteur ν_j , il n'est pas possible de reconstruire une image à cause de la détection d'événements Compton rétrodiffusés. En effet, les événements Compton de de type (b) (voir Figure 2.3) se trouvant en grande partie sur les bords

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.3. Approches LM-MLEM pour la reconstruction d'images

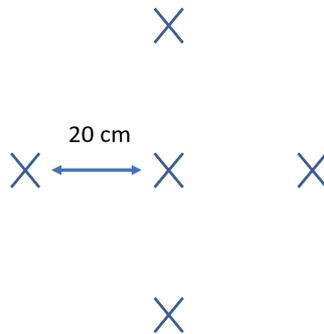


Figure 2.22. – Disposition des sources ponctuelles radioactives de 511 keV et d'activités identiques (0.245 MBq) sur un plan situé à 35 cm de la face avant de la caméra.

de l'image, l'algorithme LM-MLEM va converger vers ceux-ci. À l'ajout du facteur $1/K_j$, l'intensité de la source au centre de l'image s'amplifie. Néanmoins, son activité reconstruite reste un tiers inférieure à celle des quatre autres sources. Enfin, l'ajout du facteur $1/F_j$ permet une amélioration de la résolution de près de 11%.

Les événements rétrodiffusés se projetant pour la plupart sur le bord de l'image, ils contribuent à la perte en résolution des sources en bord de champ selon un axe parallèle au bord le plus proche.

2.3.3.2. Reconstruction par l'algorithme LM-MLEM d'évènements Compton de type (a), (c) ou (d)

Si pour un évènement Compton présumé rétrodiffusé, le calcul de l'angle de diffusion α à partir de l'Eq. 2.1 n'est pas possible (E_1 ou E_2 hors du domaine de définition), alors les paramètres du cône Compton ainsi estimé ne sont pas liés de manière certaine à un évènement rétrodiffusé. Il est donc possible en pratique de ne conserver que ces évènements pour effectuer la reconstruction et d'adapter la sensibilité (S_l) en conséquence. Celle-ci devient alors la probabilité de détecter un rayon gamma provenant du pixel l en étant certain d'avoir une diffusion dans le diffuseur. En moyenne 82% des évènements simulés à la section précédente ne sont dès lors pas restructuribles. La Figure 2.24 présente les reconstructions par l'algorithme LM-MLEM de quatre simulations différentes avec 10 itérations à partir de l'Eq. 2.23 où les facteurs v_j et $1/F_j$ sont ajoutés.

On observe que les sources ont des intensités variables en raison du faible nombre de mesures. Les temps d'acquisition par l'utilisation de cette méthode impliquent de multiplier la durée d'acquisition par 6 pour obtenir la même quantité de données que lorsque toutes les mesures sont prises en compte par la reconstruction.

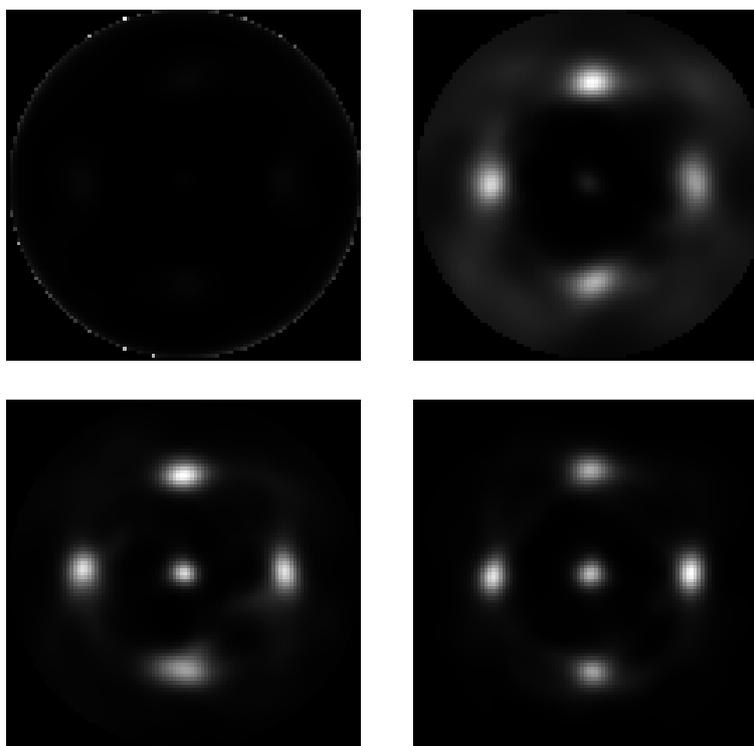


Figure 2.23. – Reconstruction des sources radioactives ponctuelles simulées pour une caméra Compton mimant les performances du premier prototype Temporal avec un diffuseur de $3 \times 3 \times 0.5 \text{ cm}^3$ et un absorbeur de $3 \times 3 \times 1.2 \text{ cm}^3$ séparés de $d = 3.2 \text{ cm}$. Une fenêtre en coïncidence entre le diffuseur et l'absorbeur de 300 ns est utilisée ainsi qu'un seuil de détection en énergie à de 60 keV . Seuls les évènements à 3σ autour du pic photoélectrique sont conservés. Les résultats sont affichés après 10 itérations des différentes implémentations de l'algorithme LM-MLEM avec (en haut à gauche) une implémentation telle que décrite en 2.3.1, (en haut à droite) l'ajout de v_j dans l'Eq. 2.23, (en bas à gauche) l'ajout de v_j et $1/K_j$ dans l'Eq. 2.23 et (en bas à droite) l'ajout de v_j , $1/K_j$ et $1/F_j$.

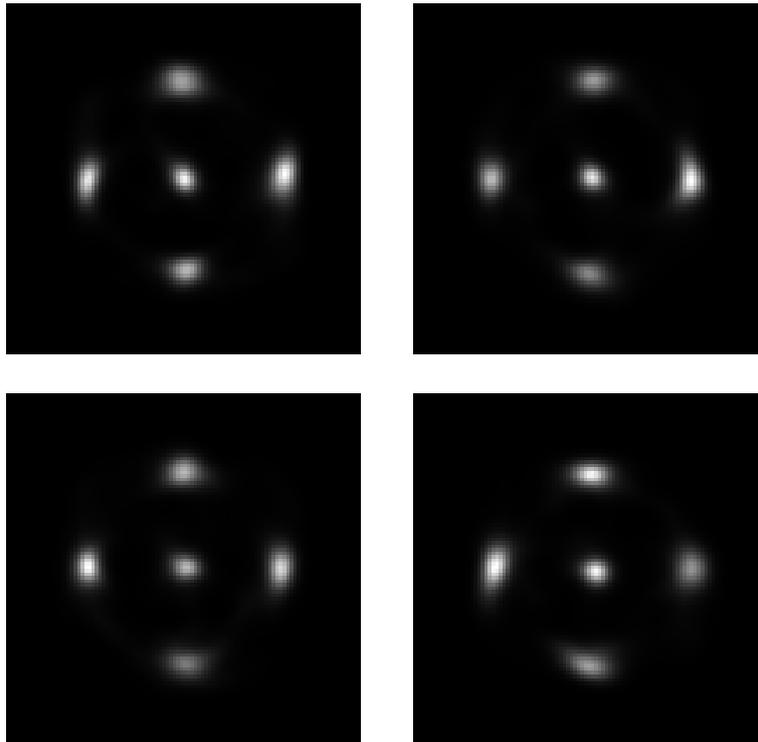


Figure 2.24. – Reconstructions par l'algorithme LM-MLEM de quatre simulations différentes avec itérations à partir de l'Eq. 2.23 où les facteurs ν_j et $1/F_j$ sont ajoutées. Seuls les évènements Compton pour lesquels la diffusion vers l'avant est certaine sont reconstruits.

2.3.4. Résumé

Quelques limitations de l'algorithme LM-MLEM ont été décrites concernant le calcul de la matrice de sensibilité lorsque les sources imagées sont poly-énergétiques. L'algorithme PE-LM-MLEM représente finalement une meilleure alternative pour reconstruire l'activité des sources avec une bonne résolution spatiale, y compris lorsque les sources sont mono-énergétiques car les événements Compton pour lesquelles le rayon gamma a déposé toute son énergie dans la caméra ne sont pas contaminés par les événements dont l'absorption est incomplète.

L'approche de type MLEM est dite multiplicative car à chaque itération, les pixels de l'image sont multipliés par un terme de correction. Il existe d'autres types d'algorithmes dits de descente de gradient qui n'utilisent pas l'approche MLEM. Ces algorithmes, qui sont basés sur une technique de reconstruction algébrique *Algebraic Reconstruction Technique (ART)* sont quant à eux additifs. En comparaison du List-Mode, leur principal inconvénient est la nécessité de modéliser tous les événements Compton possibles dans $p(A_j|l)$, rendant l'algorithme plus lent et beaucoup plus gourmand en terme de mémoire [G. Richard 1974]. Des approches stochastiques ont aussi été expérimentées pour la reconstruction d'images Compton [Andreyev et al. 2011][Mackin et al. 2012], qui consistent pour chaque cône Compton à choisir aléatoirement une origine du rayon gamma et de la considérer comme vraie tant que la vraisemblance de l'image estimée avec la nouvelle origine n'est pas supérieure à celle de l'itération précédente. Bien que la vitesse de convergence est souvent supérieure ou égale à celle d'une approche de type LM-MLEM, ces méthodes provoquent une sur-expression de l'intensité des sources les plus actives au dépend d'une perte de visibilité des éventuelles sources voisines de faibles activités.

Afin d'améliorer visuellement la qualité des images reconstruites ou de guider la convergence des algorithmes, des méthodes de régularisation qui se basent majoritairement sur l'utilisation d'a priori peuvent être ajoutées. Parmi les plus communes, on peut mentionner : l'ajout d'une contrainte de positivité sur l'image, la déconvolution par la réponse impulsionnelle ou PSF (*Point Spread Function*) ou encore la diminution du bruit, qui s'amplifie d'autant plus que le nombre d'itérations augmente [Feng 2019].

2.4. Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo

Dans cette section, nous allons étudier les effets de la géométrie de la caméra Compton sur la sensibilité et la résolution. Cela permettra notamment de juger de la configuration optimale du prototype.

Pour optimiser la caméra Compton, nous pouvons faire varier e_1 l'épaisseur du diffuseur, e_2 l'épaisseur de l'absorbeur et d la distance qui sépare les faces d'entrée du diffuseur et de l'absorbeur. Quant à la surface de détection, elle est d'ores est déjà fixée

par la taille des matrices de SiPM présentes sur le marché ($3 \times 3 \text{ cm}^2$). Pour étudier les performances de la caméra, nous simulerons une source ponctuelle placée à 20 m de la face avant de la caméra. Aussi, nous ne simulerons pas l'élargissement Doppler car son impact sur la résolution est indépendant de la géométrie.

2.4.1. Étude de la résolution angulaire

La mesure de la résolution angulaire ou **Angular Resolution Measure (ARM)**, correspond à la dispersion (au sens de la largeur à mi-hauteur) de la différence entre l'angle de diffusion Compton calculé d'après les mesures d'énergie (Eq. 2.1) et l'angle entre l'axe du cône Compton donné par la droite passant par les deux points d'interaction dans le diffuseur et l'absorbeur et la position supposée connue de la source (Figure 2.25). Dans le cadre de l'imagerie Compton, on préférera déterminer la résolution angulaire à la résolution spatiale car elle est indépendante de l'éloignement de la source radioactive.

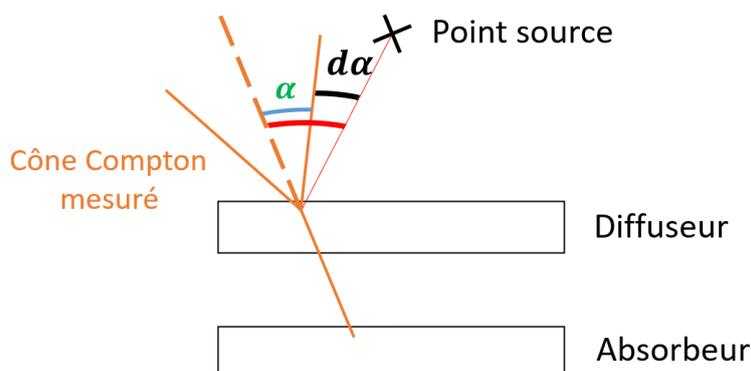


Figure 2.25. – Mesure de la distance angulaire $d\alpha$ entre le cône Compton mesuré et le point source. Elle correspond à l'angle dessiné en rouge moins α . L'ARM est donnée par la dispersion de l'ensemble des $d\alpha$ (FWHM des mesures de $d\alpha$).

2.4.1.1. Résolution angulaire en fonction de la distance entre les faces avant du diffuseur et de l'absorbeur

La résolution temporelle de la caméra Compton est supposée parfaite. Seuls les événements Compton de types (a) et (d) (voir Figure 2.3) sont utilisés pour la reconstruction des cônes. La Figure 2.26 présente les résolutions angulaires en fonction de d pour $E = 200 \text{ keV}$, 662 keV et 2 MeV , $\Delta E/E = 8.9 \% @ 511 \text{ keV}$, $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ mm}$ et $\Delta z = 5 \text{ mm}$.

La résolution angulaire se stabilise à partir de $d = 7.5 \text{ cm}$ pour $E = 2 \text{ MeV}$ et 662 keV . La Figure 2.27 présente la variation de la sensibilité en fonction de la distance. On

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.4. Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo

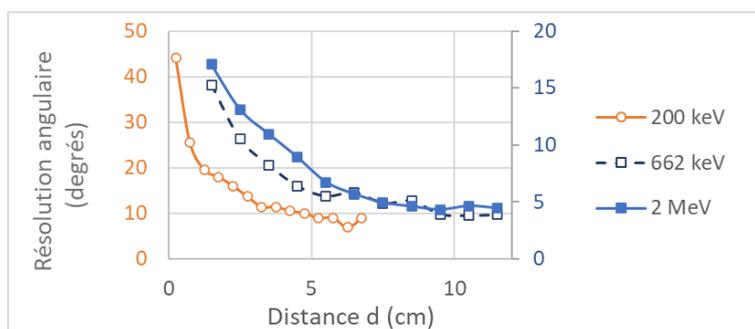


Figure 2.26. – Résolution angulaire de la caméra en fonction de d pour des évènements Compton de types (a) et (d). $e_1 = 0.25$ cm pour $E = 200$ keV, et 1.5 cm pour $E = 2$ MeV et 662 keV, $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm et $\Delta E/E = 8.9\%$ @ 511 keV.

observe que lorsque d est supérieur à 5 cm, la sensibilité est déjà réduite des trois-quarts en comparaison de $d = 0$ cm .

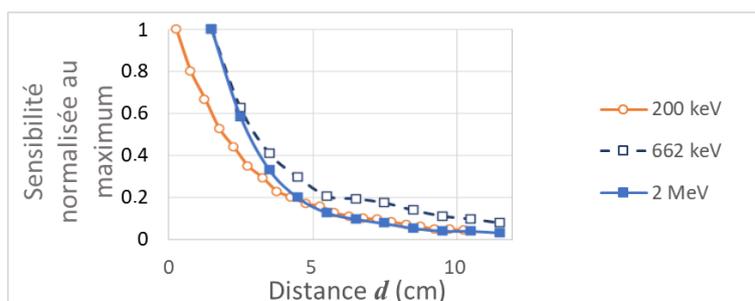


Figure 2.27. – Sensibilité de la caméra en fonction de d pour des évènements Compton de types (a) et (d). $e_1 = 0.25$ cm pour $E = 200$ keV, et 1.5 cm pour $E = 2$ MeV et 662 keV, $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, $\Delta z = 5$ mm et $\Delta E/E = 8.9\%$ @ 511 keV.

2.4.1.2. Impact de la rétrodiffusion sur la résolution angulaire

Dans un cas réel, en plus des évènements Compton de types (a) et (d) (voir Figure 2.3), des évènements de type (b) contribuent aussi à la reconstruction de l'image si la résolution temporelle de la coïncidence entre le diffuseur et l'absorbeur ne permet pas de les discriminer. Considérons un rayon gamma incident de 511 keV qui interagit par effet Compton dans l'absorbeur et est suivi par l'absorption du photon rétrodiffusé dans le diffuseur avec $E_2 = 341$ keV et $E_1 = 170$ keV. En utilisant l'Eq. 2.1, on obtient $\alpha = 60^\circ$ au lieu de 180° . Cela veut donc dire que lors d'un évènement rétrodiffusé par l'absorbeur, un cône Compton est estimé avec un angle α erroné. Cet angle étant élevé, ces cônes Compton irrelevantes n'impactent pas la résolution spatiale d'une source ponctuelle, mais brulent l'image et amoindrissent le rapport signal-sur-bruit.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.4. Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo

La Figure 2.28 présente l'intersection de ces cônes issus de la simulation d'une source de ^{22}Na placée à 35 cm de la face avant de la caméra sur un plan normal à l'axe de la caméra.

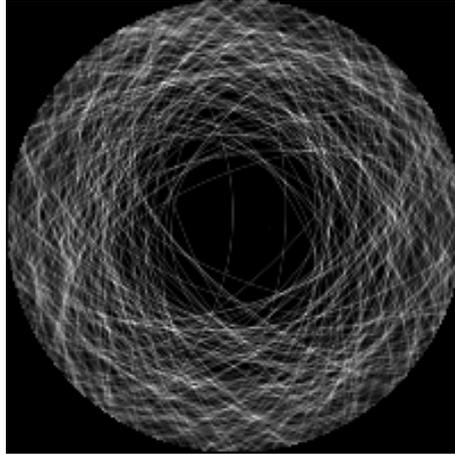


Figure 2.28. – Intersection sur un plan normal à l'axe de la caméra placé à 35 cm de la face avant de la caméra des cônes Compton irrelevant reconstruits pour des rayons gammas émis par une source de ^{22}Na placée à 35 cm de la face avant de la caméra rétrodiffusés par l'absorbeur. La surface de détection est de $3 \times 3 \text{ cm}^2$, $d = 3.2 \text{ cm}$, $e_1 = 0.5 \text{ cm}$, $e_2 = 1.2 \text{ cm}$ et $\Delta E/E = 10\%$. Le champ de vue angulaire de la caméra est de 90° .

En pratique, lorsque c'est possible, les événements Compton rétrodiffusés par l'absorbeur doivent être supprimés pour les raisons évoquées en Section 2.2.2.1.

2.4.1.3. Étude de la prédominance des incertitudes de mesures sur la résolution angulaire

La Figure 2.29 présente les résolutions angulaires obtenues lorsque les incertitudes de mesures sont simulées une à une en considérant toutes les autres comme nulles pour $E = 662 \text{ keV}$, $e_1 = 1.5 \text{ cm}$, $e_2 = 3 \text{ cm}$ et $d = 3.2 \text{ cm}$.

Sachant que la résolution en énergie d'un détecteur muni d'un scintillateur est de l'ordre de 10% et que la résolution spatiale est de l'ordre du millimètre, nous pouvons en déduire que la résolution angulaire de la caméra dépend principalement de sa résolution en énergie.

2.4.2. Étude de la sensibilité de la caméra en fonction de l'épaisseur du diffuseur

Plus l'absorbeur est épais, mieux sont arrêtés les rayons photons gamma. Pour le diffuseur, ce constat est moins trivial car le nombre d'interactions doit être maximisé

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.4. Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo

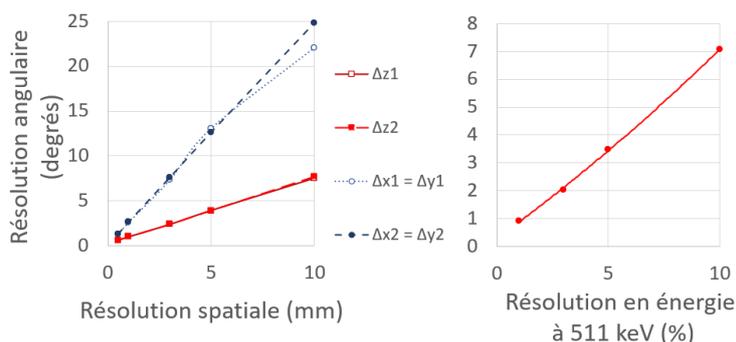


Figure 2.29. – Résolution angulaire de la caméra lorsque les incertitudes de mesures sont simulées une à une en considérant toutes les autres comme nulles pour $E = 662$ keV, $e_1 = 1.5$ cm, $e_2 = 3$ cm et $d = 3.2$ cm.

et l'épaisseur doit être suffisamment petite pour que les photons gamma diffusés puissent sortir du diffuseur et interagir dans l'absorbeur.

La Figure 2.27 présente l'évolution de la sensibilité de la caméra Compton en fonction de e_1 avec $d = 7.5$ cm.

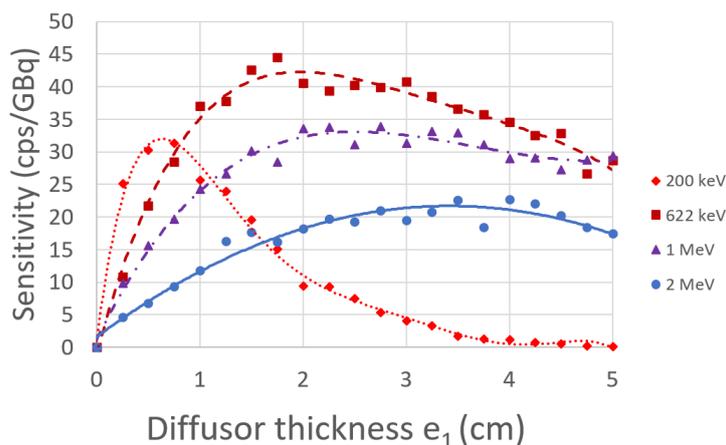


Figure 2.30. – Sensibilité de la caméra en fonction de e_1 pour des événements Compton de types (a) et (d) (source : Mehadji et al. 2018).

Afin d'obtenir un bon compromis entre les basses et les hautes énergies, l'épaisseur choisie pour la gamme d'énergie comprise entre 200 keV et 20 MeV est d'environ $e_1 = 1.5$ cm et correspond à l'épaisseur pour laquelle la courbe à 200 keV coupe celle à 2 MeV.

La Figure 2.31 présente l'évolution de la proportion d'interactions uniques dans le diffuseur en fonction de e_1 avec $d = 7.5$ cm.

La Figure 2.32 présente l'évolution de la proportion d'évènements Compton rétrodiffusés en fonction de e_1 avec $d = 7.5$ cm.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.4. Optimisation géométrique du prototype Temporal par simulation Monte Carlo

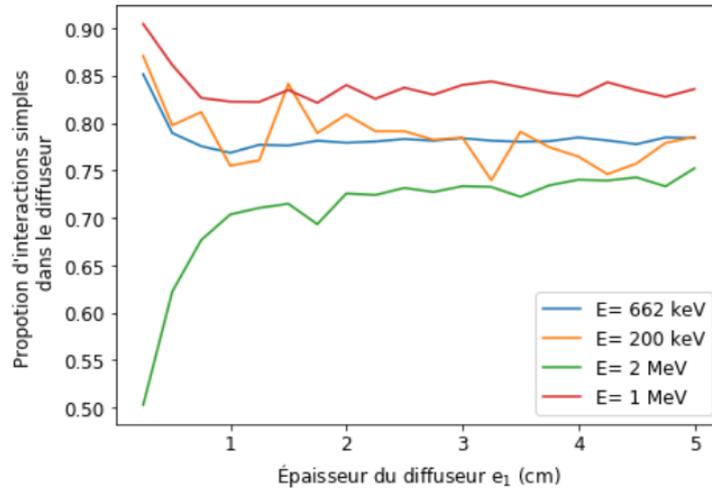


Figure 2.31. – Proportion d'interactions uniques dans le diffuseur en fonction de e_1 . Tous les évènements mesurés garantissent les conditions de l'Eq. 2.2.

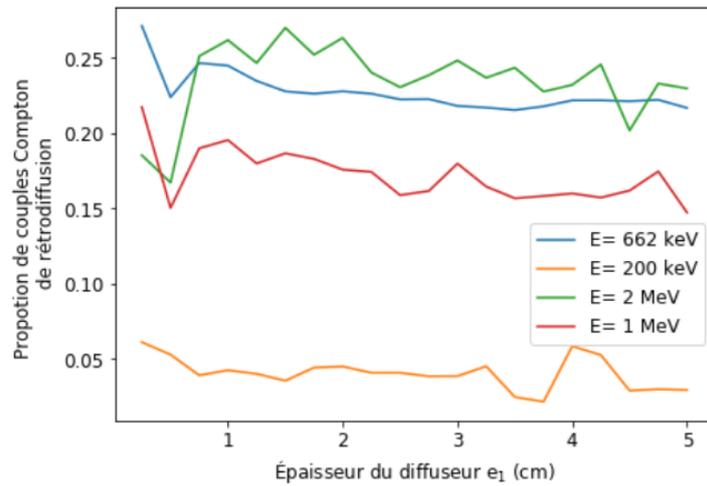


Figure 2.32. – Proportion d'évènements Compton rétrodiffusés en fonction de e_1 . Tous les évènements mesurés garantissent les conditions de l'Eq. 2.2.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

Hormis entre 0 et 1 cm, la quantité d'interactions uniques dans le diffuseur ou de rétrodiffusions dans l'absorbeur dépendent très peu de e_1 .

2.4.3. Résumé

Cette étude a permis de mettre en évidence la dépendance de la résolution angulaire en fonction de la distance entre les faces avant du diffuseur et de l'absorbeur.

Aussi, la sensibilité de la caméra est très dépendante de l'épaisseur du diffuseur dont l'optimisation varie fortement en fonction de la gamme d'énergie considérée. Ainsi, il est difficile d'optimiser un détecteur pour obtenir une bonne sensibilité sur un spectre large (supérieur à 2 MeV). Le design du détecteur Temporal, dont la caractérisation est décrite dans la section suivante, suit les contraintes discutées dans cette partie.

2.5. Caractérisation du prototype Temporal

La caractérisation du prototype Temporal a été en grande partie effectuée par Sara Daizo, lors d'un stage de M2 effectué au CPPM [Daizo 2019]. Pendant son stage de fin d'étude, elle a notamment contribué à l'étude de la sensibilité et de la résolution angulaire de la caméra.

Le premier prototype de caméra Compton développé par Damavan Imaging est constitué d'un diffuseur et d'un absorbeur en CeBr_3 couplés à des dSiPM. Les plus grandes matrices de dSiPM disponibles dans le commerce mesurent $3 \times 3 \text{ mm}^2$ (Philips DPC 3200). Dans la volonté de construire un prototype le plus simple possible, la taille des cristaux est donc limitée par ces dimensions. Ce premier prototype a pour vocation de détecter des sources de faibles énergies (entre 100 keV et 662 keV). En se rapportant à la Figure 2.27, on obtient une épaisseur e_1 optimale autour de 5 mm. L'algorithme de reconstruction de la position des interactions dans le cristal développé par Damavan Imaging étant pour le moment stable pour des épaisseurs e_2 inférieures à 1.2 cm, cette valeur sera donc celle choisie pour l'absorbeur. Enfin, la distance entre les faces avant des blocs de 3.2 cm assure de stabiliser la résolution angulaire pour des rayons gamma de 200 keV (Figure 2.26). La Figure 2.30 présente une illustration de la caméra Temporal. En plus des modules de détection, elle contient une électronique de lecture et de traitement du signal qui, connectée à un ordinateur par un câble Ethernet, transmet l'ensemble des mesures (fichiers produits d'extension .lqua), ainsi que les évènements Compton (c'est-à-dire les coïncidences entre le diffuseur et l'absorbeur stockées dans un fichier d'extension .cqua). Son poids total est de 4 kg.

Damavan Imaging fournit aussi un logiciel de reconstruction d'images basé sur une implémentation de l'algorithme LM-MLEM. Pour ce qui est des performances annoncées, la résolution en énergie $\Delta E/E$ est de 9.4 % à 511 keV. Les évènements Compton sont enregistrés avec une fenêtre de coïncidence de 300 ns. Il n'y a donc pas de distinction entre les évènements Compton diffusés vers l'arrière (*i.e.* rétrodiffusés) par le diffuseur et ceux diffusés vers l'avant par l'absorbeur. Les résolutions spatiales

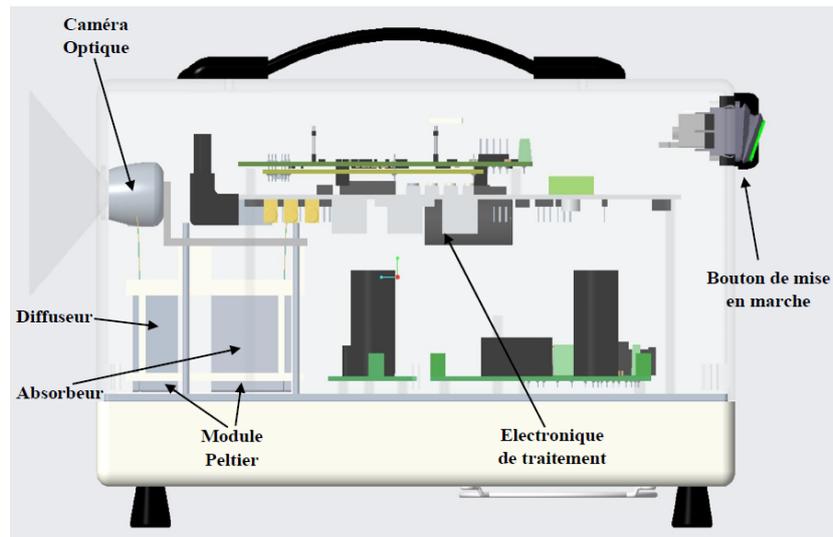


Figure 2.33. – Illustration de la caméra Compton Temporal (source : [M. Hmissi 2019]).

annoncées du détecteur sont $\Delta(xy)_1 = 1.5$ mm, $\Delta z_1 = 2.5$ mm, $\Delta(xy)_2 = 1.5$ mm et $\Delta z_2 = 4$ mm. Les interactions uniques et multiples dans le cristal ne sont pas discernées. Tous les cas de figures impliquant un dépôt d'énergie dans le diffuseur et dans l'absorbeur dans un laps de temps inférieur à 300 ns sont donc mesurés.

2.5.1. Étude de spectres mesurés par la caméra Compton

Une source de ^{22}Na de 0.245 MBq est placée à 35 cm de la face avant de la caméra et l'acquisition dure 20 min. La Figure 2.34 présente les spectres d'énergie mesuré par le diffuseur (E_1), l'absorbeur (E_2) et l'énergie totale (E) pour les coïncidences entre le diffuseur et l'absorbeur avec une coupure sur E à 600 keV. Un pic à 170 keV est visible dans le diffuseur, de même qu'un pic à 340 keV au niveau de l'absorbeur. Il s'agit de la détection d'événements Compton rétrodiffusés par l'absorbeur. Afin de mieux visualiser la quantité de rétrodiffusions, nous présentons en Figure 2.36 l'histogramme 2D des énergies déposées dans l'absorbeur en fonction des énergies déposées dans le diffuseur. On y constate que ces événements sont présents en grande quantité.

Aussi, le pic photoélectrique n'est pas centré à 511 keV. La caméra est potentiellement mal étalonnée. Afin de vérifier s'il s'agit d'une erreur systématique, plusieurs acquisitions sont effectuées avec la source placée à 35 cm et en la déplaçant latéralement selon une diagonale pour des positions selon Ox et Oy variant de -35 à 35 cm.

La température moyenne des détecteurs est aussi mesurée. La Figure 2.35 suggère qu'il n'y a aucune dépendance avec la température ou la position de la source. Néanmoins il est important que le détecteur soit correctement étalonné. En effet, un mauvais étalonnage entraîne une erreur systématique de l'estimation de l'angle de diffusion Compton. Chacune des acquisitions est donc recalibrée en utilisant le pic de rétro diffusion (170 keV pour le diffuseur et 340 keV pour l'absorbeur).

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

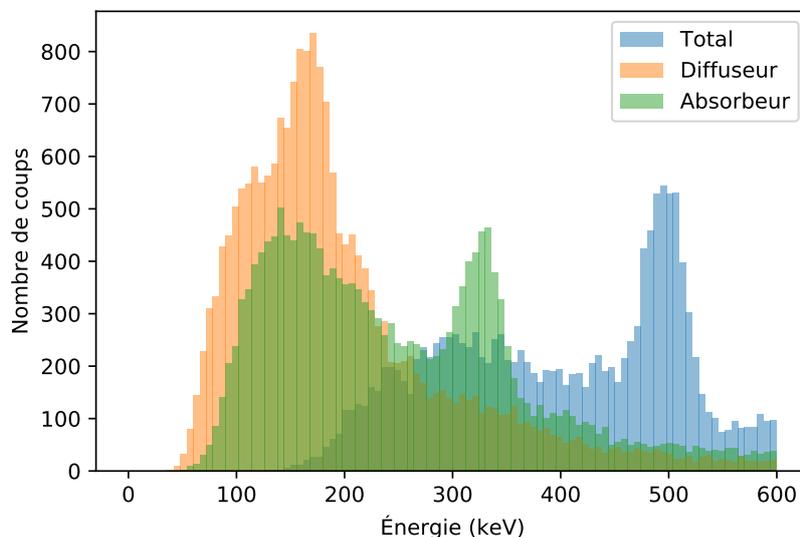


Figure 2.34. – Spectres d'énergies mesurés par la caméra Compton pour une source de ^{22}Na .

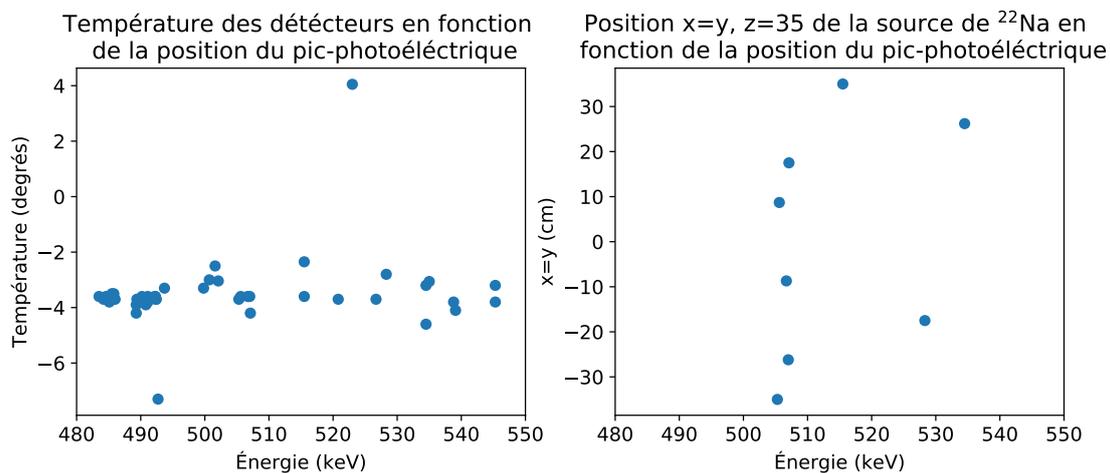


Figure 2.35. – Position de la source et température de la caméra en fonction de la position du pic à pleine énergie pour des rayons gamma de 511 keV.

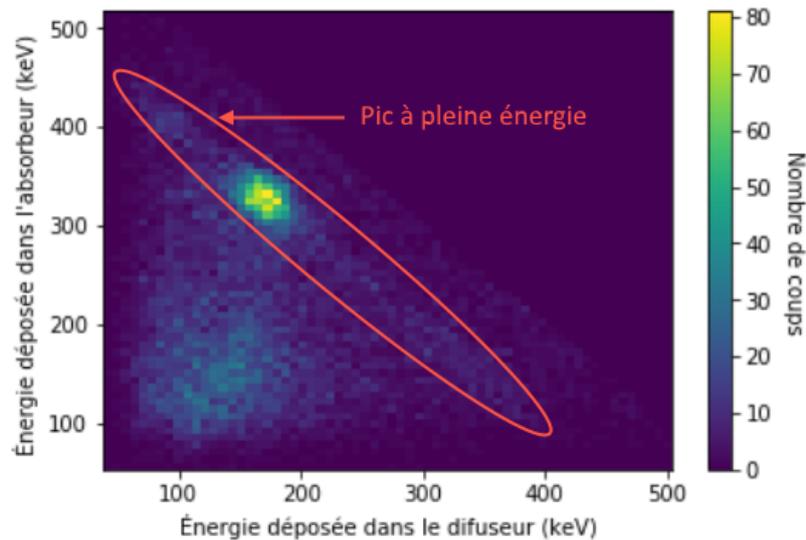


Figure 2.36. – Histogramme 2D des énergies déposées dans l'absorbeur en fonction des énergies déposées dans le diffuseur pour une source de ^{22}Na avec une coupure en énergie à 600 keV. Les évènements Compton pour lesquels le rayon gamma a déposé toute son énergie dans la caméra Compton sont entourés en rouge.

2.5.1.1. Étude des spectres d'énergie des évènements Compton dans le diffuseur et l'absorbeur et interprétation à l'aide de simulations Monte Carlo

Les spectres d'énergie simulés et mesurés sont comparés pour des évènements Compton sélectionnés dans une fenêtre d'énergie totale à 3σ autour du pic à pleine énergie (Figure 2.37).

Le spectre d'énergie mesuré au niveau du diffuseur débute à 50 keV et le nombre d'évènements détectés croît avec l'énergie. La forme de ce début de spectre ne correspond pas à la simulation car le déclenchement de l'acquisition des évènements se fait par le franchissement d'un seuil sur chacun des SiPM de la matrice de détection et non sur la somme des signaux, alors que la simulation Monte Carlo fournit l'énergie totale absorbée, qui est assimilable à un déclenchement sur la somme des signaux.⁵

Les évènements mesurés avec une énergie supérieure à 211 keV dans le diffuseur sont des coïncidences fortuites.

Enfin, comme visible en Figure 2.38, l'analyse de la simulation Monte Carlo montre que plus de la moitié des évènements Compton mesurés sont rétrodiffusés. Dans 30% des cas (rétrodiffusion incluse), des interactions multiples dans le diffuseur sont

5. Une approche qui permettrait de mieux représenter le nombre d'évènements à basse énergie serait de simuler la génération des photons optiques dans le cristal de CeBr_3 ainsi que le signal de chaque SiPM.

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

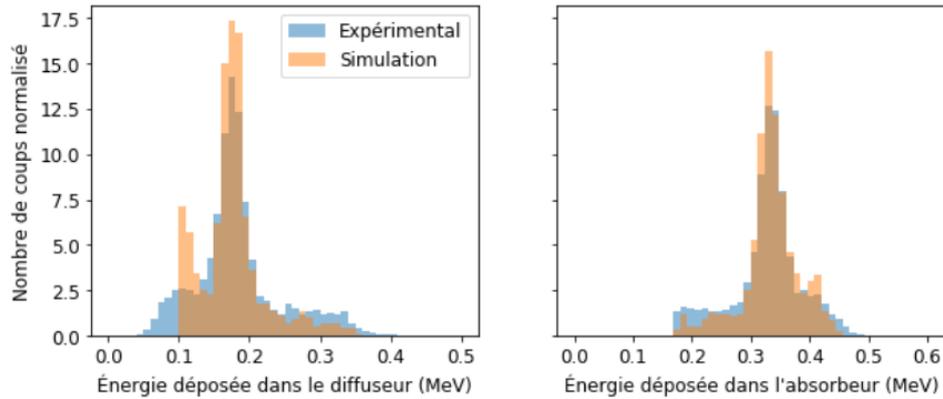


Figure 2.37. – Spectres d'énergie simulés et mesurés des évènements Compton dans le diffuseur et l'absorbeur pour une source de ^{22}Na .

mesurées et seuls 32% des évènements Compton permettent d'estimer correctement l'origine du rayon gamma.

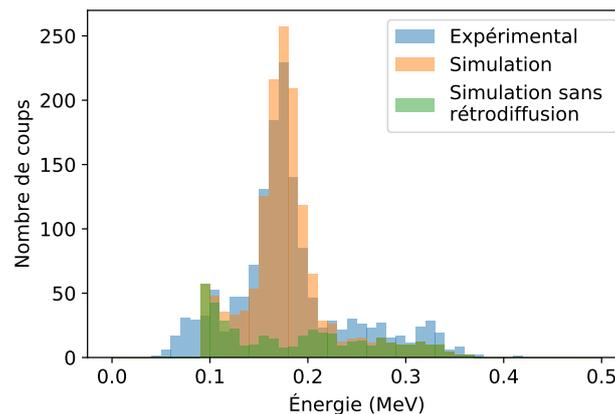


Figure 2.38. – Spectres d'énergie mesurés et simulés des évènements Compton dans le diffuseur pour une source de ^{22}Na .

2.5.2. Étude de la saturation du prototype Temporal

Afin d'étudier la saturation de la caméra Compton, nous déplaçons une source quasi ponctuelle de ^{68}Ge d'activité connue positionnée face à la caméra. Nous effectuons des acquisitions suffisamment longues pour que l'incertitude sur le nombre d'évènements Compton mesurés soit inférieure à 1%. La Figure 2.39 présente l'efficacité de détection en fonction du taux de rayons gamma incidents sur la face avant de la caméra.

Nous observons que la saturation apparaît au dessus de 150 cps. Afin d'étudier la sensibilité de la caméra Compton en fonction de la position de la source en s'affran-

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

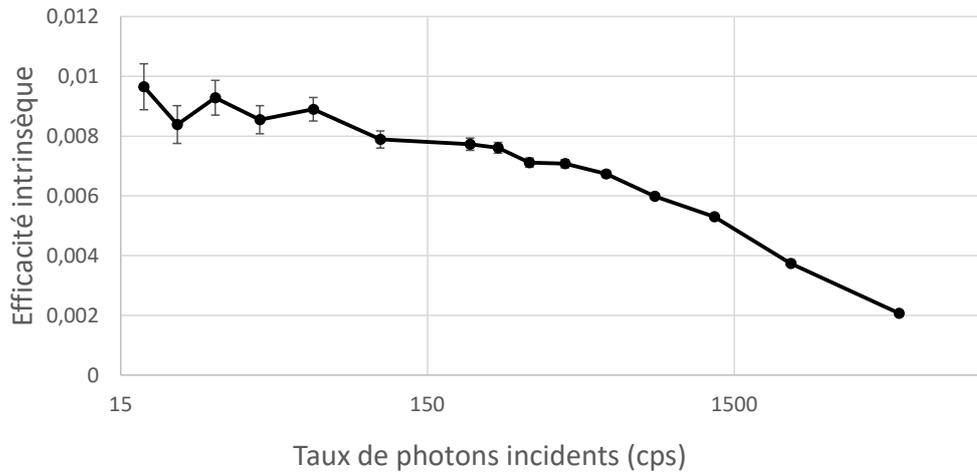


Figure 2.39. – Efficacité de détection intrinsèque de la caméra Temporal en fonction du taux de photons incidents de 511 keV.

chissant de la saturation, il sera important de s'assurer que le taux de comptage soit inférieur à $8.5\% \pm 0.2\% \times 150 = 1.2$ cps quelle que soit la position de la source radioactive dans l'espace.

2.5.3. Étude de la sensibilité de la caméra Compton

La sensibilité de la caméra est étudiée pour des rayons gamma de 511 keV. Une source de ^{22}Na est placée à plusieurs positions sur un plan de 70 cm de large à 35 cm de la face avant de la caméra (Figure 2.40). Nous sélectionnons les événements Compton pour lesquels $E_1 + E_2 = 511 \text{ keV} \pm 3\sigma$. La contamination par la détection de rayons gamma de 1275 keV du pic à pleine énergie mesuré à 511 keV est négligée.

Pour chaque position, la durée d'acquisition est telle que l'estimation de la sensibilité (que nous noterons S_k) atteint une incertitude (ΔS_k) inférieure ou égale à 7.5% avec $\Delta S_k = \sqrt{S_k \times (1 - S_k)} / \sqrt{N}$ et N le nombre total de particules émises par la source.

La sensibilité de la caméra Compton est représentée sous forme d'une mosaïque en Figure 2.41.

Une asymétrie gauche/droite est visible. Après deux acquisitions plus longues avec $\Delta S_k = 1\%$ à la position $(x, y) = (-35, 35)$, les résultats ont confirmé que cette asymétrie est due à la fluctuation statistique. Une asymétrie haut/bas est aussi visible. Elle est liée à la présence d'un radiateur et d'un module Peltier placé en dessous des détecteurs, qui absorbe une partie des rayons incidents.

Ces mesures de sensibilité peuvent être approximées par une fonction de Gauss symétrique 2D et la largeur à mi-hauteur estimée est de $19.21 \text{ cm} \pm 0.25 \text{ cm}$. La sensibilité de la caméra est aussi simulée en Monte Carlo et nous estimons une largeur à mi-hauteur de $16.54 \text{ cm} \pm 0.18 \text{ cm}$. Cette différence s'explique notamment par la non concordance des spectres d'énergie simulés et mesurés à basse énergie que nous

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

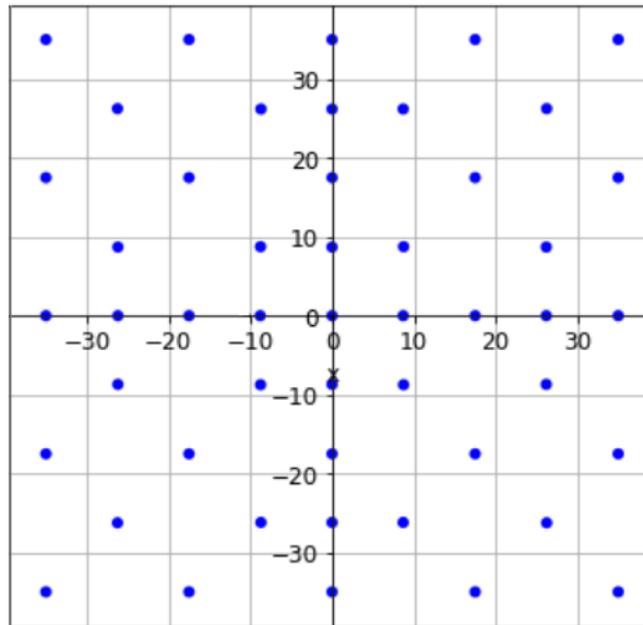


Figure 2.40. – Disposition de la source de ^{22}Na sur le plan à 35 cm de face avant de la caméra pour l'étude de la sensibilité (cm).

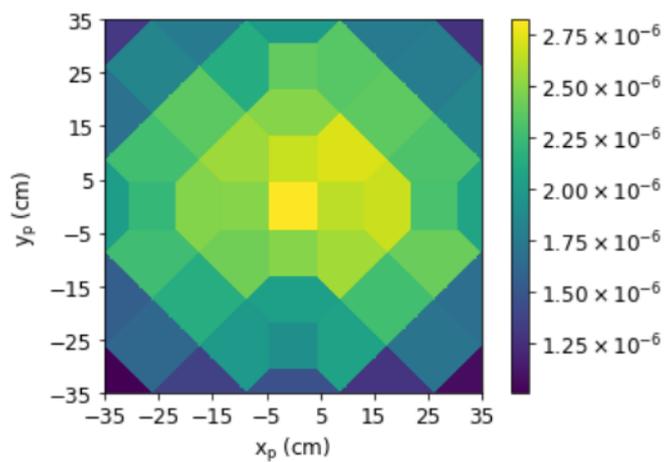


Figure 2.41. – Représentation de la sensibilité mesurée de la caméra Compton pour des rayons gamma de 511 keV par interpolation au plus proche voisin.

avons remarqué dans la section précédente.

Finalement, pour une source de ^{22}Na , lorsqu'un rayon gamma est émis en direction de la caméra, la probabilité de mesurer un évènement Compton d'une énergie de $511 \text{ keV} \pm 3\sigma$ est de 0.66%. Néanmoins, comme seulement 32% des évènements Compton permettent d'estimer correctement l'origine du rayon gamma, la sensibilité intrinsèque à la caméra Compton est finalement estimée à 0.21‰ pour des rayons gamma de 511 keV.

2.5.4. Mesure de la résolution angulaire

La résolution angulaire est estimée de deux manières différentes. Dans les deux cas, nous sélectionnons les cônes Compton mesurés pour une source de ^{22}Na placée en face de la caméra avec une sélection des évènements Compton détectés dans le pic à pleine énergie autour de $511 \text{ keV} \pm 3\sigma$. Pour le premier cas, nous gardons uniquement les évènements Compton dont la diffusion vers l'avant par le diffuseur est certaine (tel que défini en Section 2.3.3.2). Les images reconstruites en sommant les cônes Compton sont présentées en Figure 2.42. Nous mesurons une résolution angulaire de $27.6^\circ \pm 1.6^\circ$ dans le premier cas et de $29.6^\circ \pm 1.8^\circ$ dans le deuxième en soustrayant le bruit de fond. Cela montre que les évènements Compton rétrodiffusés diminuent le rapport signal-sur-bruit dans l'image, mais ne détériorent pas de beaucoup la valeur de la résolution.

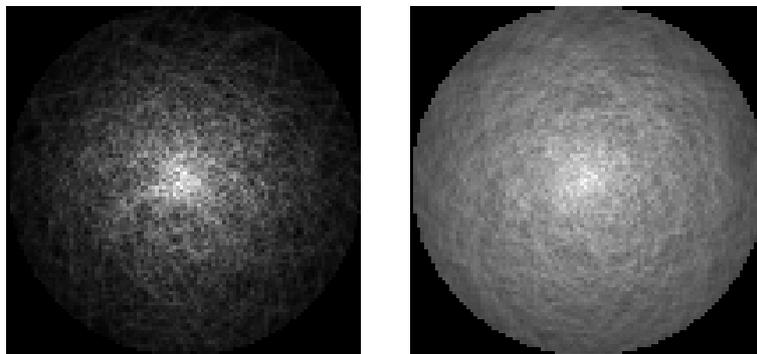


Figure 2.42. – Intersection des cônes Compton mesurés pour une source de ^{22}Na placée à 35 cm de la face avant de la caméra avec (à droite) tous évènements Compton de 511 keV ($\pm 3\sigma$) et (à gauche) tous les évènements Compton de 511 keV ($\pm 3\sigma$) dont la diffusion vers l'avant par le diffuseur est certaine.

Finalement, la mesure de la résolution angulaire est très dépendante de la méthode de reconstruction. La mesure de l'ARM permet quant à elle de s'en affranchir. La Figure 2.43 présente l'ARM mesurée en utilisant la méthode décrite en Section 2.4.1 et à partir de simulations par GATE. Dans les deux cas, une première distribution non centrée en zéro est visible. Ce sont les évènements rétrodiffusés. La distribution

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

centrée en zéro représente les événements diffusés vers l'avant qui sont correctement reconstituables. L'estimation de la largeur à mi-hauteur (FWHM) de celle-ci est entachée par la détection d'événements rétrodiffusés. Nous estimons l'ARM à $21.3^\circ \pm 1.4^\circ$.

L'estimation de l'ARM effectuée à partir de données simulées se monte à $19,6^\circ \pm 3^\circ$. Cette valeur est compatible avec l'estimation de l'ARM mesurée pour la caméra Temporal. Lorsque seuls les événements diffusés vers l'avant sont sélectionnés, l'ARM s'améliore de plus de 3° (Figure 2.44), illustrant l'impact de la détection d'événements diffusés sur la résolution angulaire de la caméra Compton.

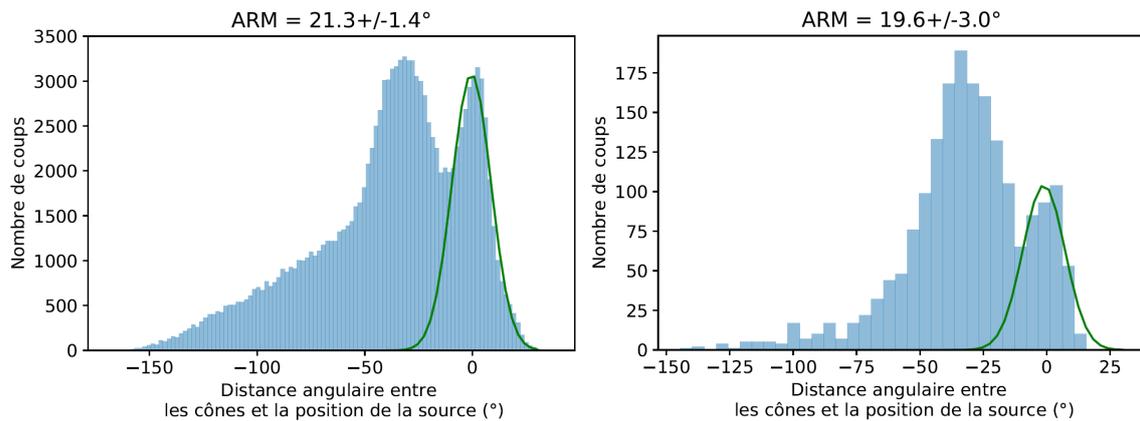


Figure 2.43. – Mesure (à gauche) et simulation (à droite) de l'ARM pour une source de ^{22}Na placée en face de la caméra Compton.

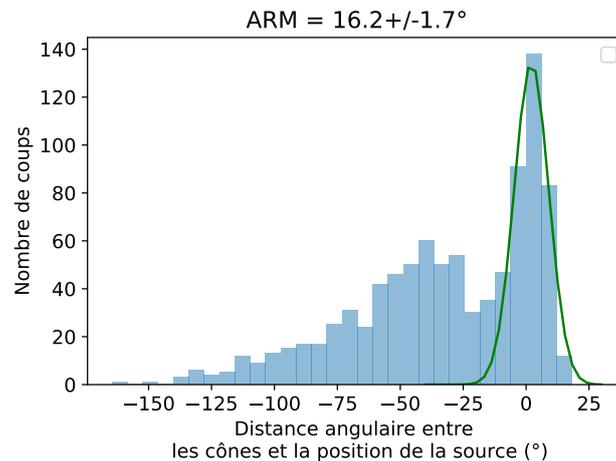


Figure 2.44. – Simulation de l'ARM pour une source de ^{22}Na placée en face de la caméra Compton et en sélectionnant uniquement les événements diffusés vers l'avant.

2.5.5. Reconstruction d'images avec les données du prototype

En Section 2.5.1.1, nous avons vu qu'une partie des mesures sont des coïncidences fortuites et des événements Compton rétrodiffusés. Elles ne contribuent donc pas au signal dans l'image. Cela dit, la sensibilité utilisée par l'algorithme LM-MLEM doit considérer uniquement la probabilité pour le voxel l qu'un rayon gamma émis par celui-ci soit un événement Compton de types (a) ou (d) (voir Figure 2.3). Nous pourrions estimer la sensibilité de la caméra Compton par Monte Carlo afin de vérifier le type d'évènement Compton détecté et ne conserver ainsi que les événements Compton de types (a) ou (d). Néanmoins, à ce stade du développement, la simulation du signal des SiPM n'était pas encore maîtrisée. Comme nous l'avons vu en Section 2.5.1.1, la simulation Monte Carlo ne permet pas d'estimer correctement le nombre de rayons gamma détectés lorsque le dépôt d'énergie dans le diffuseur est faible. A défaut, notre choix de matrice de sensibilité pour la reconstruction d'image s'est porté sur celle discutée en Section 2.5.3 et l'algorithme LM-MLEM sera utilisé en incorporant les facteurs ν_j , $1/K_j$ et $1/F_j$ dans l'Eq. 2.23.

2.5.5.1. Reconstruction de cinq sources radioactives ponctuelles à 35 cm de la face avant de la caméra

Nous effectuons une série de cinq acquisitions de 30 minutes avec une source ponctuelle de ^{22}Na de 0.245 MBq placée à 35 cm de la face avant de la caméra aux positions $(x, y) = \{(0, 0), (-17.5, 0), (17.5, 0), (0, -17.5), (0, 17.5)\}$ cm.

La Figure 2.45 présente l'histogramme des $1/F_j$ estimés à partir de la méthode décrite en Section 2.2.3.2.

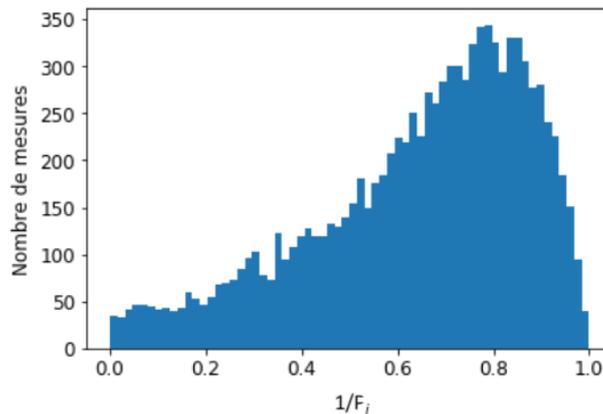


Figure 2.45. – Distribution des $1/F_j$ estimés à partir la méthode décrite en Section 2.2.3.2.

La Figure 2.46 présente quatre images de taille 100×100 reconstruites en sélectionnant uniquement le pic photo-électrique à $511 \text{ keV} \pm 3\sigma$ après 10 itérations de LM-MLEM. Les trois premières sont reconstruites en ajoutant progressivement ν_j ,

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

$1/K_j$ et F_j , et la dernière est reconstruite en ne considérant que les événements Compton dont la diffusion dans le diffuseur est certaine. À l'ajout de $1/K_j$, l'intensité de la source au centre de l'image s'amplifie. L'ajout de $1/F_j$ ne permet pas une amélioration significative de la résolution angulaire. La raison principale de la grande quantité de bruit dans l'image est que la source de ^{22}Na émet aussi des photons de 1275 keV dont la détection incomplète vient s'ajouter au pic photoélectrique à 511 keV.

Lorsque seuls les événements Compton pour lesquels la diffusion dans l'absorbeur est certaine sont utilisés pour la reconstruction, un meilleur signal sur bruit est obtenu (reconstruction de 731 événements contre 8080 pour les autres implémentations), mais le nombre de cônes est insuffisant pour visualiser la position correcte des sources radioactives.

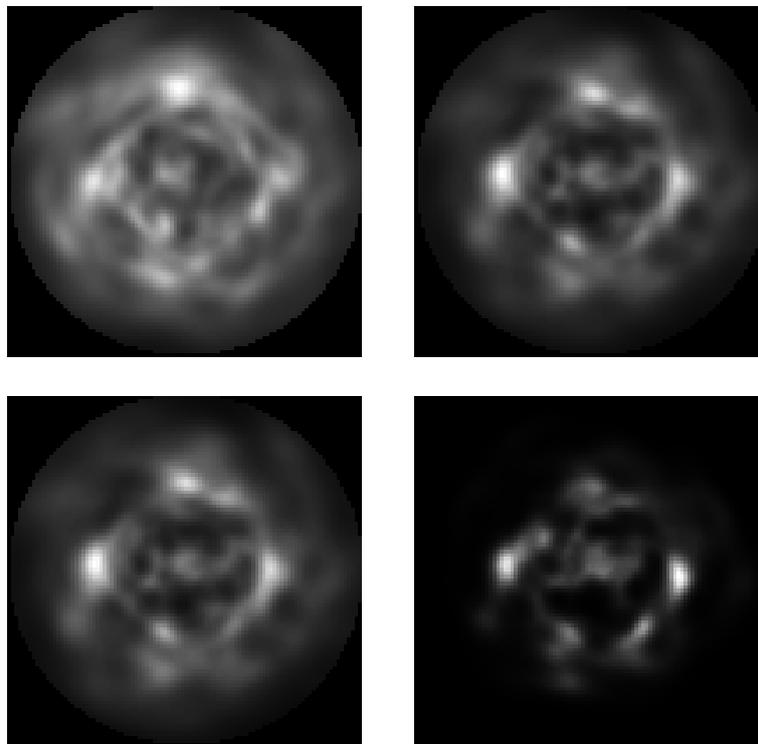


Figure 2.46. – Reconstruction de 5 acquisitions de 30 minutes d'une source ponctuelle de ^{22}Na de 0.245 Mbq placée à 35 cm de la caméra aux positions $(x, y) = \{(0, 0), (-17.5, 0), (17.5, 0), (0, -17.5), (0, 17.5)\}$ cm. Les résultats sont affichés après 10 itérations des différentes implémentations de l'algorithme LM-MLEM avec (en haut à gauche) l'implémentation telle que décrite en 2.3.1 avec l'ajout du facteur v_j dans l'Eq. 2.23, (en haut à droite) l'ajout du facteur v_j et $1/K_j$ dans l'Eq. 2.23, (en bas à gauche) l'ajout des facteurs v_j , $1/K_j$ et $1/F_j$ dans l'Eq. 2.23 et (en bas à droite) l'utilisation des événements Compton pour lesquels une diffusion vers l'avant par le diffuseur est certaine.

2.5.5.2. Reconstruction stéréoscopique de fantômes de ^{18}F

En démantèlement nucléaire, il paraît intéressant de pouvoir estimer la position dans l'espace des sources radioactives. Si nous effectuons deux acquisitions à deux positions latérales différentes de la caméra par rapport à l'objet, alors il est possible par stéréoscopie d'en avoir une estimation. Plus les positions sont éloignées latéralement, meilleure sera l'estimation de la localisation dans l'espace des sources radioactives. Afin d'explorer ce concept d'imagerie stéréoscopique, nous avons effectué deux acquisitions de deux fantômes cylindriques, chacun rempli d'une solution de ^{18}F d'une activité de 2.55 MBq.

Le premier fantôme mesure 7.5 cm de diamètre et 3.85 cm de haut et le second mesure 4.45 cm de diamètre, 3.65 cm de haut et est surélevé de 8 cm par rapport au premier. Leur disposition est détaillée en Figure 2.47. Une première acquisition est effectuée avec la caméra décalée latéralement de 10 cm vers la gauche, puis une seconde avec la caméra décalée latéralement de 10 cm vers la droite. Les acquisitions durent 30 minutes chacune.

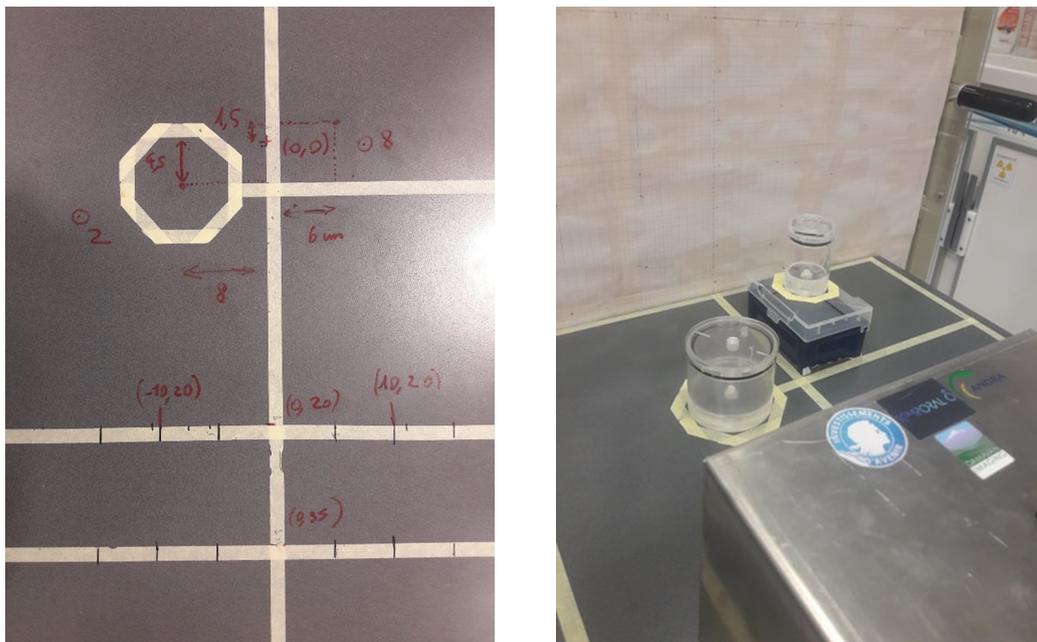


Figure 2.47. – Dispositif expérimental pour l'imagerie stéréoscopique de sources de ^{18}F

Pour la reconstruction, nous utilisons l'implémentation de l'algorithme LM-MLEM avec l'ajout des facteurs ν_j et $1/K_j$. La matrice de sensibilité utilisée est celle mesurée expérimentalement pour la source de ^{22}Na . La Figure 2.48 présente la reconstruction sur une image de taille $35 \times 35 \times 35 \text{ cm}^3$ après 20 itérations. La première coupe, parallèle à la caméra, est faite en $z = 0$ (telle que représentée en la Figure 2.47). On observe que les sources sont reconstruites à la bonne position, bien que chacune

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.5. Caractérisation du prototype Temporal

soit légèrement décalée vers le bord de l'image. Les trois autres coupes sont faites perpendiculairement à l'axe vertical Oy . La première en $y = 7$ cm, la deuxième en $y = 4$ cm et la troisième en $y = 10$ cm. En $y = 7$ cm, aucune source n'est visible. Ceci reflète correctement la réalité. Néanmoins, des artefacts sont visibles en bas de l'image, sur les pixels au bord du champ de vue de la caméra. Ces artefacts sont liés aux événements Compton qui ne sont pas de types (a) ou (d) (voir la Figure 2.3) et qui contribuent alors à faire converger la solution vers le bord du champ de vue, dont la position est amplifiée par la correction de sensibilité. Nous retrouvons aussi ces artefacts sur les deux images suivantes. Enfin, sur les images en $y = 4$ et $y = 7$, nous observons chacune des deux sources. Aussi, la résolution le long de l'axe Oz moins bonne que celle dans le plan Oxy .

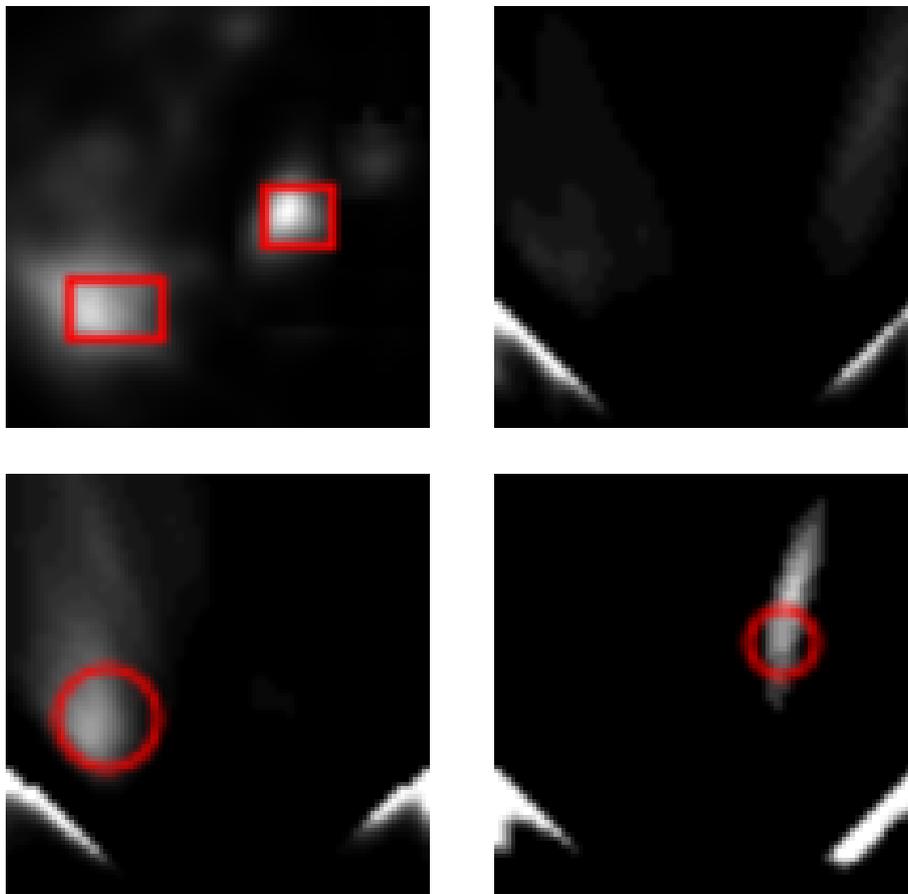


Figure 2.48. – Représentation des sources radioactives après 20 itérations de l'algorithme LM-MLEM : (en haut à gauche) coupe parallèle à la caméra en $z = 0$, (en haut à droite) coupe perpendiculaire à Oy en $y = 7$ cm, (en bas à gauche) $y = 4$ cm et (en bas à droite) $y = 10$ cm.

2.5.6. Résumé

Le premier prototype Temporal a été caractérisé et quelques images de sources radioactives ont été obtenues. Nous pouvons retenir une sensibilité intrinsèque autour du pic à pleine énergie avec une largeur de fenêtre de 3σ de 0.21‰ et une ARM de $21.3^\circ \pm 1.4^\circ$ pour une source émettrice de rayons gamma de 511 keV placée en face de la caméra.

Aussi, près de la moitié des événements Compton détectés sont rétrodiffusés. De ce fait, certaines images sont difficiles à reconstruire (comme celle présentée en Section 2.5.5.1), même lorsque la notion de confiance sur le cône Compton est ajoutée à l'implémentation de l'algorithme LM-MLEM. Pour les reconstructions d'images, nous avons choisi d'utiliser la sensibilité de la caméra Compton mesurée en Section 2.5.3. Il aurait été plus juste de l'estimer à partir d'événements Compton de types (a) ou (d) (voir Figure 2.47). Ceci aurait été possible grâce à une simulation Monte Carlo de la caméra Compton. Néanmoins, à ce stade, la simulation du signal des SiPM n'est pas encore maîtrisée et il n'est donc pas possible de modéliser correctement le comportement de la caméra.

2.6. Conclusion générale et prospectives

Dans ce chapitre, nous avons essayé de remettre en question les méthodes de propagation des incertitudes de mesure du cône Compton décrits dans la littérature. La simulation Monte Carlo avec GATE a été primordiale dans la compréhension des limites concernant les équations utilisées depuis plusieurs dizaines d'années. Cela a notamment permis de comprendre que, dans notre cas, les événements Compton rétrodiffusés ne peuvent pas être reconstruits non pas parce que l'incertitude des mesures tend vers l'infini, comme nous pousserait à croire la théorie, mais parce que l'estimation de l'angle de diffusion Compton est fautive.

Les différentes implémentations de l'algorithme LM-MLEM qui sont présentées sont toutes dans l'optique d'exploiter au mieux les informations disponibles propres à chaque événement Compton détecté, qui apportent de manière plus ou moins directe une information supplémentaire. Dans ce sens, l'ajout de l'information énergétique via une implémentation spectrale (PE-LM-MLEM), ainsi que l'ajout de poids (v_j , $1/K_j$, $1/F_j$) dans l'algorithme LM-MLEM lui ont permis de mieux converger.

Le prototype Temporal que nous avons étudié ne permet pas de discerner les événements Compton rétrodiffusés. La solution la plus intuitive semble se résumer à augmenter de la distance entre le diffuseur et l'absorbeur, et à améliorer la résolution temporelle des détecteurs. Néanmoins, cela risque d'avoir un fort impact sur la sensibilité de la caméra (Figure 2.27).

Aussi, nous avons noté que le seuil en énergie de la caméra Compton Temporal était relativement haut (60 keV). On pourra noter que ce seuil en énergie est à l'origine d'une sensibilité deux fois plus petite que celle d'autres prototypes de taille équivalente [Kishimoto 2017]. Ce sont pourtant les événements à faible dépôt d'énergie dans le

2. Modélisation du prototype et reconstruction d'images – 2.6. Conclusion générale et perspectives

diffuseur qui permettent d'obtenir les images les mieux résolues. En Figure 2.49, nous comparons deux reconstructions effectuées à partir de la simulation présentée en Section 2.3.3.1. La première image est reconstruite avec des données dont le seuil en énergie est fixé à 20 keV dans le diffuseur. Dans la deuxième image, le seuil est fixé à 60 keV. Nous utilisons une implémentation de LM-MLEM avec l'ajout des facteurs ν_j , $1/K_j$ et $1/F_j$. Le rapport d'intensité entre la source au centre et celle sur les bords est de un tiers pour un seuil fixé à 60 keV, alors qu'il est d'un dixième pour un seuil fixé à 20 keV.

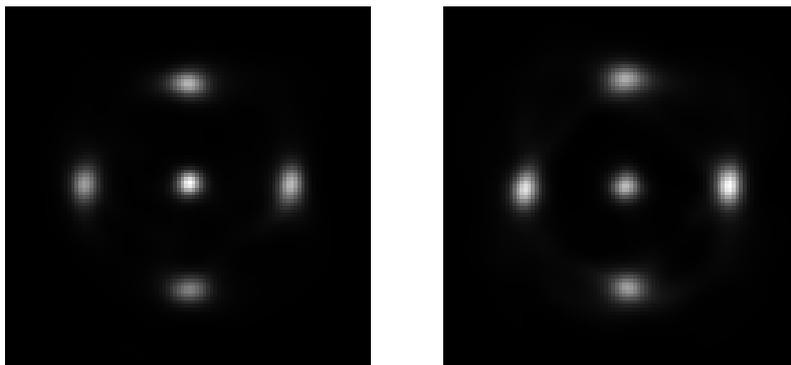


Figure 2.49. – Reconstruction de la simulation présentée en Section 2.3.3.1 avec un seuil sur l'énergie déposée dans le diffuseur fixé à 20 keV et (à droite) avec un seuil à 60 keV. Les deux sont reconstruites par l'algorithme LM-MLEM présenté dans l'Eq. 2.28.

Enfin, nous avons montré qu'il est essentiel de simuler précisément le prototype Temporal afin d'obtenir une estimation correcte de sa sensibilité. Ceci n'est pas possible sans modéliser le signal généré par les matrices de SiPM. Le chapitre suivant sera donc consacré à l'implémentation d'un module dédié à la modélisation précise du fonctionnement des SiPM dans GATE.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM

Sommaire

3.1	Principales caractéristiques des scintillateurs	95
3.1.1	Réponse temporelle	95
3.1.2	Rendement de scintillation	95
3.1.3	Résolution en énergie	96
3.1.4	Spectre d'émission	97
3.1.5	Surfaces du scintillateur et interface avec le détecteur	97
3.1.6	Modélisation d'un cristal scintillant de LYSO dans GATE	98
3.1.7	Résumé	99
3.2	Électronique de lecture des signaux émis par les SiPM	101
3.3	Fonctionnement et géométrie des SiPM	102
3.3.1	Géométrie d'un SiPM et efficacité de détection	102
3.3.2	Lecture du signal émis par les SiPM	104
3.3.3	Schéma électronique équivalent et forme du signal	106
3.3.4	Saturation du SiPM, temps mort et temps de récupération des micro-cellules	109
3.3.5	Correction de la saturation d'un SiPM couplé à un cristal scintillant	111
3.3.6	Résolution temporelle d'un photon unique	112
3.3.7	Résumé	114
3.4	Bruits générés par les SiPM	114
3.4.1	Le taux de comptage d'obscurité ou DCR (Dark Count Rate)	114
3.4.2	La diaphonie ou <i>crosstalk</i>	115
3.4.3	Impulsions subséquentes ou <i>afterpulses</i>	117
3.4.4	Diaphonie retardé ou <i>delayed-crosstalk</i>	117
3.4.5	Résumé	118
3.5	Mesure des paramètres d'un SiPM	118
3.5.1	Echantillonnage de la forme d'une impulsion émise par une micro-cellule	118
3.5.2	Mesure de la SPTR	120
3.5.2.1	Montage électronique d'amplification	120

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM –

3.5.2.2	Mesures expérimentales	122
3.5.2.3	Analyse des données	123
3.5.3	Mesure des différents types de bruit émis par le SiPM	125
3.5.3.1	Probabilité de <i>crosstalk</i>	127
3.5.3.2	Taux de comptage d’obscurité (DCR)	128
3.5.3.3	<i>Afterpulses</i> et période de récupération	129
3.5.3.4	Distribution temporelle des <i>delayed-crosstalks</i>	131
3.5.4	Résumé	132
3.6	Simulation des SiPM dans GATE	133
3.6.1	Description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE	134
3.6.1.1	Initialisation des SiPM	134
3.6.1.2	Enregistrement des interactions dans la liste des impulsions	134
3.6.1.3	Parcours de la liste des impulsions	135
3.6.1.4	Création du signal	136
3.6.1.5	Schéma récapitulatif	136
3.7	Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE	136
3.7.1	Validation de la description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE	138
3.7.2	Validation de la simulation de la SPTR	139
3.7.3	Simulation d’une chaîne à scintillation à base de SiPM et validation expérimentale pour un cristal de LYSO:Ce	139
3.7.3.1	Contributions relatives des différents types de bruit des SiPM à la résolution en énergie de la chaîne spectrométrique	142
3.7.4	Résumé	144
3.7.5	Validation de l’implémentation des SiPM par la mesure de la résolution temporelle en coïncidence	144
3.7.5.1	Mesures expérimentales de la CTR	144
3.7.5.2	Détermination des paramètres de simulation du SiPM pour différentes tensions d’alimentation	146
3.7.5.3	Simulation des SiPM pour la mesure de la CTR	148
3.7.6	Quel impact des bruits du SiPM dans la mesure de la CTR ?	149
3.7.7	Résumé	149
3.8	Conclusion générale et perspectives	150

Dans le chapitre précédent, il a été vu que seule la simulation Monte-Carlo permet d’obtenir une estimation de la sensibilité de la caméra Compton essentielle à la reconstruction des intensités des sources radioactives fidèle à la réalité. La modélisation du signal généré par les SiPM s’avère importante car elle permet de mimer la manière dont le système d’acquisition sélectionne les évènements. Il y a donc un grand intérêt à implémenter le processus de génération du signal par les SiPM dans la plateforme de simulation Monte Carlo GATE, qui permettra notamment de simuler et d’optimiser le design de détecteurs utilisant des SiPM pour l’imagerie médicale.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM –

On peut distinguer deux manières de conceptualiser la simulation des SiPM : la première consiste à designer un schéma électronique équivalent [Maranao et al. 2014][Villa et al. 2015] et la seconde consiste en la simulation des processus physiques sous-jacents à l'origine du signal [Rosado; Hidalgo 2015][Otte 2007]. Notons qu'une simulation par le design d'un schéma électronique équivalent ne permet pas de reproduire le bruit présent dans les SiPM à l'exception du bruit électronique. Aussi, en fonction de l'application, il peut ne pas être nécessaire de purement simuler toute la physique. Par exemple, si nous sommes intéressés par l'impact du bruit des SiPM sur la mesure de la résolution temporelle d'un détecteur, nous pouvons utiliser un modèle qui permet de le reproduire plutôt que de simuler les phénomènes physiques sous-jacents car les simuler n'apporte aucune information supplémentaire à la question initiale et allonge le temps de calcul. Lorsque ce sera possible, nous privilégierons donc l'utilisation de modèles.

À notre connaissance, bien que l'on peut retrouver de nombreux travaux de modélisation et de simulation des SiPM dans la littérature [Acerbi; S. Gundacker 2019][Pulkoa et al. 2012][Otte 2007][Maranao et al. 2014][Vinogradov 2011], aucun outil n'est actuellement accessible et maintenu par une communauté. Par exemple, Niggemann et al. [Niggemann et al. 2015] ont implémenté un modèle de SiPM dans Geant4 permettant de reproduire la plupart des caractéristiques de fonctionnement des SiPM, dont la génération de bruit est basée sur les travaux de Rosado et al. [Rosado et al. 2015]. Par la suite, une nouvelle méthode de caractérisation et de modélisation plus approfondie du bruit des SiPM a été publiée par Rosado et Hidalgo [Rosado; Hidalgo 2015]. Néanmoins, l'implémentation proposée par Niggemann et al. n'a pas été modifiée en conséquence.

Pour rappel, il existe deux catégories de SiPM : les SiPM analogiques (aSiPM), qui génèrent un signal nécessitant d'être amplifié, puis analysé par une électronique de lecture, et les SiPM digitaux (dSiPM) pour lesquels l'amplification et l'électronique de lecture sont intégrées et restituent la charge et le moment du déclenchement (ou trigger) [York et al. 2012]. Finalement, on peut considérer que les dSiPM contiennent une couche supplémentaire de traitement et que leur caractéristique de photodétection ne diverge pas de celle des aSiPM. Ainsi, pour pouvoir les simuler par Monte Carlo, il suffit d'ajouter une routine de traitement du signal après une simulation de aSiPM [Lenz 2020].

Afin de vérifier que notre implémentation Monte Carlo permet de mimer les comportements des aSiPM, une validation sera présentée. Elle consiste dans un premier temps à mesurer expérimentalement les différentes sources de bruit qui seront simulées et à vérifier la bonne implémentation de ces sources de bruit dans le modèle Monte Carlo des SiPM, puis dans un second temps, à valider le modèle simulé par des mesures obtenues avec un SiPM couplé à un cristal scintillant irradié par des sources radioactives.

On vérifiera que la simulation permet d'estimer correctement la résolution et la position des pics à pleine énergie et ainsi que la résolution temporelle. Ce chapitre sera organisé de la manière suivante : les principales caractéristiques des scintillateurs

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.1. Principales caractéristiques des scintillateurs

seront listées et les cristaux utilisés pour la validation de l'implémentation du modèle Monte Carlo des SiPM seront caractérisés expérimentalement. Le principe de fonctionnement des SiPM sera détaillé, ainsi que la marche à suivre pour les caractériser. L'implémentation de la modélisation des SiPM dans GATE sera exposée puis, nous procéderons à sa validation expérimentale.

3.1. Principales caractéristiques des scintillateurs

Cette section est inspirée de la note technique publiée par Christophe Dujardin en 2019 sur les scintillateurs inorganiques [Dujardin 2019]. Les processus physiques sous-jacents ne seront pas détaillés, mais l'ensemble des caractéristiques essentielles à la simulation d'un cristal scintillant dans GATE seront évoquées.

3.1.1. Réponse temporelle

Suite à un dépôt d'énergie dans le cristal, un certain nombre de photons visibles ou ultraviolets (d'énergies de l'ordre de quelques électronvolts) sont émis. La distribution temporelle des photons émis $f_p(t|t_0)$ peut être décrite par l'Eq. 3.1, qui définit une somme pondérée de doubles exponentielles rattachées à la décomposition de l'impulsion lumineuse en plusieurs composantes avec des constantes de temps différentes. Souvent, $i = 1$ ou $i = 2$ suffisent. La somme des poids est normalisée par $\sum p_i = 1$, t_0 correspond au temps du début de scintillation, τ_{di} et τ_{ri} sont les constantes de déclin et montée et $h(t - t_0)$ la fonction de Heaviside. On vérifie aisément que $\int_{-\infty}^{+\infty} f_p(t|t_0) = 1$ [S. Gundacker et al. 2018].

$$f_p(t|t_0) = h(t - t_0) \sum_{i=1}^N \frac{e^{-(t-t_0)/\tau_{di}} - e^{-(t-t_0)/\tau_{ri}}}{\tau_{di} - \tau_{ri}} \times p_i \quad (3.1)$$

3.1.2. Rendement de scintillation

Le rendement de scintillation correspond à la quantité de photons émis par unité d'énergie déposée dans le cristal exprimée en MeV ou en keV. Pour estimer le rendement, on peut procéder à l'irradiation du cristal par des rayons gamma d'énergie connue. Il peut exister une dépendance du rendement de scintillation à l'énergie déposée dans le milieu scintillant, qui est due à des processus non-linéaires résultant de la complexité des phénomènes de scintillation souvent liés aux impuretés contenues par le cristal lui-même [Dujardin 2019]. Il est donc nécessaire de caractériser un cristal avec des rayons gamma de différentes énergies. Nous définissons la non-linéarité d'un scintillateur à une énergie donnée (NLE) comme le rapport entre son rendement de scintillation ($Rend_E$) divisé par son rendement de scintillation à 511 keV:

$$NLE = \frac{Rend_E}{Rend_{511\text{keV}}} \quad (3.2)$$

3.1.3. Résolution en énergie

Comme évoqué dans le [Chapitre 1](#), la résolution en énergie ($\Delta E/E$) est étroitement liée à la quantité de photons émis par le cristal scintillant.

De plus, elle est dégradée du fait que les photons ne sont pas forcément collectés par le photodétecteur et peuvent être absorbés par le cristal scintillant.

Enfin, le courant de fuite du photodétecteur ainsi que la variation du gain ajoute une incertitude sur le nombre de photons collectés.

Considérons dans un premier temps le cristal seul. Si nous supposons que le nombre de photons de scintillation suit une distribution de Poisson, alors la résolution en énergie R_{Poisson} s'écrit:

$$R_{\text{Poisson}}(\%FWHM) = \frac{100 \times 2.355\%}{\sqrt{n_{\text{ph}}}}$$

où n_{ph} est le nombre de photons de scintillation émis.

Néanmoins, en pratique, même si la collection des photons était de 100%, on remarquerait que la résolution mesurée serait en fait différente de R_{Poisson} , du fait que la réponse du cristal est rarement parfaitement linéaire avec l'énergie. La résolution en énergie R est alors mieux décrite par la somme quadratique d'une résolution intrinsèque ($R_{\text{intrinsèque}}$) et de la résolution de Poisson induite par le rendement de scintillation.

$$R^2 = R_{\text{intrinsèque}}^2 + R_{\text{Poisson}}^2$$

Dès lors, lorsque le cristal est couplé avec un SiPM, nous utilisons la définition de Stefan Goundacker à la page 30 de son manuscrit de thèse S. Gundacker [2014](#):

$$R^2 = R_{\text{intrinsèque}}^2 + R_{\text{Poisson}}^2 + R_p^2 + R_n^2$$

où R_p correspond à la perte en résolution liée au transfert de photons au SiPM et à la conversion en photo-électrons et R_n correspond à la contribution du courant d'obscurité (aussi appelé courant noir). Ces notions seront détaillées dans la [Section 3.3](#).

Dans le cas d'un couplage avec un PMT, nous retiendrons la définition présente dans Chewpraditkul; Moszynski [2011](#) ou Dujardin [2019](#) :

$$R^2 = R_{\text{intrinsèque}}^2 + R_{\text{rendement}}^2 + R_p^2$$

où $R_{\text{rendement}} = \frac{100 \times 2.355 \sqrt{1+\xi}}{\sqrt{n_{\text{ph}}}}$ et ξ est la variance du gain du photodétecteur. On notera l'absence de ξ pour les SiPM car elle est considérée comme négligeable.

3.1.4. Spectre d'émission

Un scintillateur émet un spectre de photons visibles ou ultraviolets. La Figure 3.1 présente le spectre d'émission d'un cristal de LYSO.

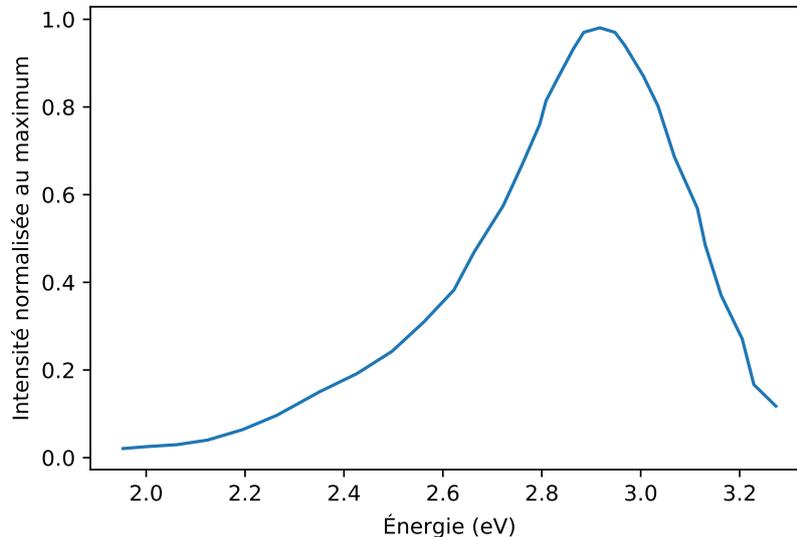


Figure 3.1. – Spectre d'émission d'un cristal de LYSO (source : Saint-Gobain Ceramics Plastics 2018).

3.1.5. Surfaces du scintillateur et interface avec le détecteur

L'efficacité de collection des photons de scintillation dépend à la fois du matériau scintillant, de ses états de surface, et des interfaces entre le cristal et son environnement (air, graisse optique, réflecteur, etc.).

Les photons de scintillation émis se comportent de manières différentes suivant le type d'interface et l'état de surface qu'ils rencontrent. Un couplage optique est apposé à l'interface entre le scintillateur et le photodétecteur avec un indice de réfraction intermédiaire afin d'améliorer l'efficacité de collection. L'encapsulation du cristal par un matériau réfléchissant permet également d'augmenter cette efficacité de collection et une surface peu polie rendra la direction de la réflexion moins déterministe. Le choix de la surface et du couplage optique varie en fonction de l'application. Par exemple, pour maximiser la collection de photons, il est préférable d'opter pour un cristal encapsulé dans du Téflon [Pots et al. 2019], qui permet de diffuser les photons de scintillation de manière non spéculaire en raison de sa rugosité. Ainsi, le nombre de réflexions nécessaires avant qu'un photon atteigne le photodétecteur diminue par rapport à l'utilisation d'un réflecteur poli et la probabilité d'absorption du photon de scintillation par le cristal devient plus faible. De nombreux travaux ont été menés afin d'optimiser l'efficacité de collection qui mènent à d'autres types d'encapsulation plus difficilement généralisables [Bai; Whang 2011][Berg et al. 2015].

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.1. Principales caractéristiques des scintillateurs

Aussi, lorsque de l'air est présent entre le photodétecteur et le scintillateur, la perte de photons sera d'autant plus importante car son indice de réfraction, plus faible que celui du scintillateur, implique un angle limite de réflexion de faible valeur. Quant à l'interface idéale, elle consisterait à faire en sorte que le scintillateur et le photodétecteur soient directement en contact avec un indice de réfraction supérieur pour le milieu photodétecteur [Yvon et al. 2020].

Dans GATE, deux modèles permettant de définir différents types de surface sont disponibles. D'une part, le modèle "UNIFIED", issu de Geant4, qui utilise les lois de l'optique pour simuler les réflexions et les transmissions, et d'autre part le modèle LUT Davis basé sur des données résultant de l'observation de la surface du scintillateur par un [Microscope à Force Atomique \(AFM\)](#) [Stockhoff et al. 2017] [Roncali et al. 2017]. Une liste prédéfinie de types de surface est fournie pour un scintillateur poli, ou brut entouré par du Téflon, de l'air ou de la graisse optique. Celle-ci peut aussi être étendue à la caractérisation de son propre cristal.

3.1.6. Modélisation d'un cristal scintillant de LYSO dans GATE

Pour valider le modèle de SiPM que nous allons développer dans GATE, nous effectuerons des mesures avec un cristal de LYSO:Ce produit par Crystal Photonics Inc. couplé à un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS produit par Hamamatsu Photonics K.K.. Il sera dès lors important de connaître certaines caractéristiques du cristal afin d'être certain que la simulation de celui-ci, à elle seule, ne contienne pas de biais que l'on pourrait imputer au modèle de SiPM.

Le cristal de LYSO ($\text{Lu}_{1.8}\text{Y}_{0.2}\text{Si}_{1.0}\text{O}_{5.0}$) a une densité de 7.05 g/cm^3 , un rendement de scintillation de 28 ph/keV à 511 keV, un indice de réfraction de 1.81. Sa constante de temps de déclin est de $\tau_d = 40 \text{ ns}$. Le cristal mesure $3 \times 3 \times 5 \text{ cm}^3$ et est poli sur toutes ses faces. Pour le simuler correctement, nous devons connaître les caractéristiques suivantes :

- Densité
- Composition atomique
- Spectre d'émission de scintillation
- Type de surface
- Rendement de scintillation
- Résolution en énergie
- Indice de réfraction
- Constante de temps de montée (τ_r) et de déclin (τ_d) de l'impulsion de scintillation

Bien que le cristal soit poli sur toutes ses faces, nous n'avons pas mesuré son état de rugosité et le considérons rugueux à cause des multiples manipulations. Nous utiliserons le modèle "Rough_LUT" pour la simulation. Pour la constante de montée

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.1. Principales caractéristiques des scintillateurs

τ_r , nous utiliserons la valeur moyenne présentée par Gundacker et al. qui est de 57 ps, avec une FWHM de 20 ps [S. Gundacker et al. 2016a].

La non-linéarité et la résolution du cristal restent à déterminer. Dans GATE, la résolution doit être défini comme tel:

$$R = 2.35 \times RESOLUTIONSCALE \times \frac{\sqrt{E \times \text{Rendement de scintillation}}}{E \times \text{Rendement de scintillation}}$$

où E est l'énergie déposée dans le cristal. Dans cette définition, $R_{\text{intrinsèque}}$ est considérée comme nulle.

Nous avons couplé le cristal de LYSO nu (sans diffuseur ni réflecteur) à un PMT (ET9125SWB de ET Enterprises, d'une efficacité quantique de 20%) sans graisse optique et avons irradié celui-ci en utilisant des sources radioactives d' ^{241}Am et de ^{22}Na , ce qui permet de caractériser le rendement de scintillation ainsi que les résolutions en énergie à 60, 511 et 1275 keV. Nous déterminons alors le facteur $RESOLUTIONSCALE$ par simulation du cristal couplé au PMT. Nous obtenons un bonne concordance avec les mesures (inférieur ou égal à 10% de différence relative) pour une valeur de 4.41.

En Figure 3.2 nous présentons les pics à pleine énergie mesurés et simulés à 60, 511 et 1275 keV avec un facteur $RESOLUTIONSCALE$ de 4.41. Une première estimation de la position des pics en utilisant un ajustement gaussien donne une non-linéarité de la réponse en énergie du cristal de LYSO à 60 keV par rapport à 511 keV $NL_{60\text{keV}}$ de l'ordre de 18%, alors qu'elle est négligeable à 1275 keV ($NL_{1275\text{keV}} < 1\%$).

Notons que c'est cette valeur qui sera utilisée pour définir le rendement de scintillation à 60 keV corrigé de la non-linéarité observée expérimentalement sur les mesures avec PMT pour les simulations à suivre avec les SiPM.

Il est aussi observable que les résolutions ne varient pas de la même manière entre 511 keV et 60 keV. Alors que la FWHM mesurée à 60 keV est inférieure à celle simulée, elle est supérieure à 511 keV. Cela est dû au fait que la simulation de la résolution du cristal dans GATE ne peut pas prendre en compte la résolution intrinsèque $R_{\text{intrinsèque}}$ du scintillateur.

Nous mettons en évidence les variations entre les mesures expérimentales et simulées après correction de la non-linéarité du rendement de scintillation dans la Table 3.1. Notons que celles-ci se répercuteront sur la simulation des SiPM.

3.1.7. Résumé

Un scintillateur est défini par de nombreuses caractéristiques. Il est fastidieux de le simuler correctement et nous relevons trois difficultés majeures.

- Les constructeurs n'ont pas forcément à disposition toutes les technologies et méthodes nécessaires pour les caractériser. Combien même elles existeraient, elles sont peu répandues (comme la mesure des surfaces par l'utilisation d'un

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.1. Principales caractéristiques des scintillateurs

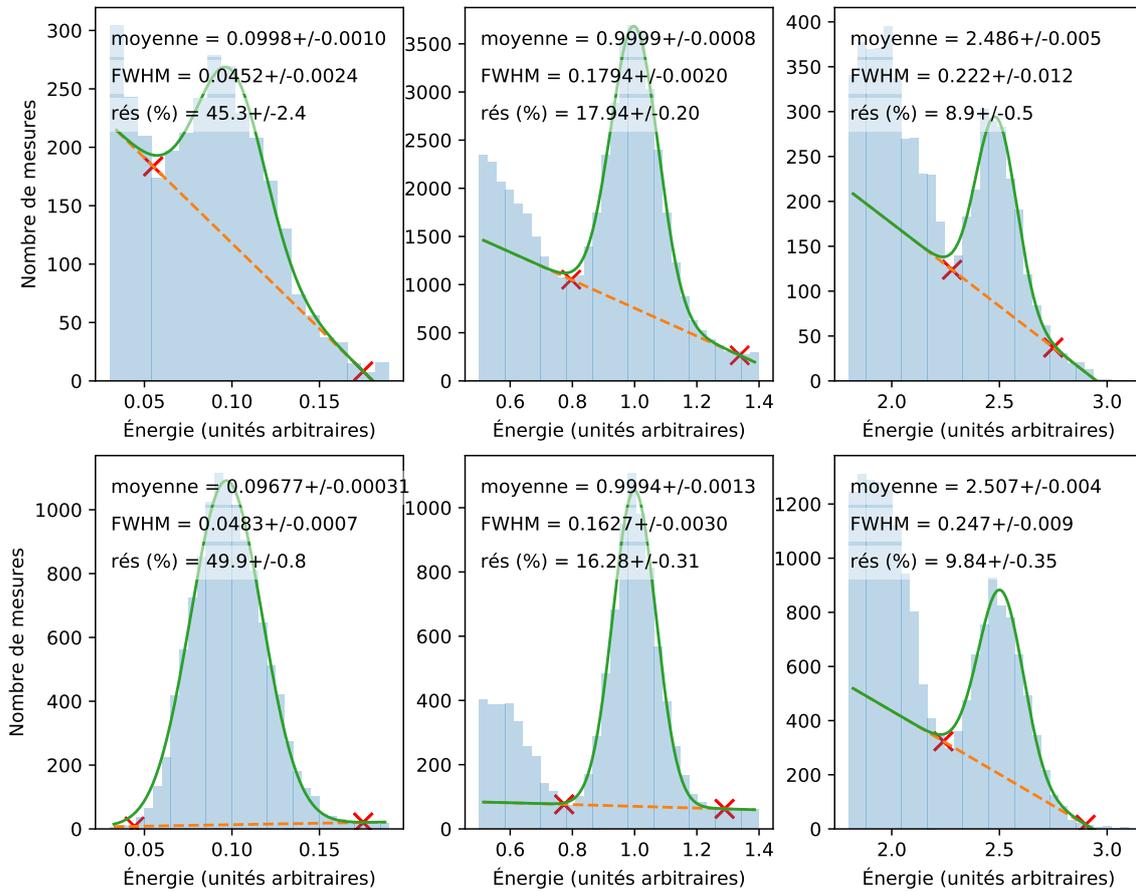


Figure 3.2. – Spectres en énergie mesurés (en haut) et simulés (en bas) pour un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un PMT sans graisse optique pour des rayons gamma incidents (à gauche) de 60 keV, (au milieu) de 511 keV et (à droite) de 1275 keV. Les échelles d'énergie sont normalisées à 1 à 511 keV

	60 keV	511 keV	1275 keV
Pics variation	3.1%	0.0%	-0.8%
FWHMs variation	-9.2%	10.5%	-9.6%
$Rend_E \times NL_E$	23 ph/MeV	28 ph/keV	28 ph/keV

Table 3.1. – Variation de la position des pics à pleine énergie et de leur FWHM entre la mesure et la simulation après correction de la non-linéarité du rendement de scintillation.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.2. Électronique de lecture des signaux émis par les SiPM

AFM pour le modèle Davis_LUT [Stockhoff et al. 2017]) ou peu précises (comme la mesure de la constante de montée du signal de scintillation τ_r).

- GATE étant une surcouche de Geant4, qui a initialement été développé pour la physique de hautes énergies, les comportements des cristaux tels que la non-linéarité à basse énergie ou la résolution intrinsèque ne sont pas directement modélisés.
- Malgré l'éventuelle maîtrise de toutes les caractéristiques d'un cristal, il est difficile de quantifier les variations optiques à l'interface avec le photodétecteur ou avec le matériau qui l'encapsule.

Conscients de cela, nous avons choisi de quantifier les biais entre les mesures et la simulation pour une chaîne spectrométrique à PMT. Ainsi, lors de la validation de l'implémentation des SiPM, nous serons capables de discerner les désaccords liés aux défauts du modèle simulé de ceux liés au comportement intrinsèque du cristal. Dans ce sens, tous les paramètres fixés dans cette partie seront directement reportés :

- Densité : 7.05 g/cm³
- Composition atomique : Lu_{1.8}Y_{0.2}Si_{1.0}O_{5.0}
- Spectre d'émission par le cristal (voir Figure 3.1)
- Type de surface : Rough Davis_LUT
- Rendement de scintillation : 28 ph/keV à 511 et 1275 keV et 22.96 ph/keV à 60 keV
- Résolution : *RESOLUTIONSCALE* = 4.41
- Indice de réfraction : 1.81
- Constantes de montée $\tau_r = 57$ ps et $\tau_d = 40$ ns

3.2. Électronique de lecture des signaux émis par les SiPM

Lorsqu'un signal est généré par les SiPM, plusieurs étapes sont nécessaires pour le traiter. De manière courante, un préamplificateur et un amplificateur sont placés en sortie du SiPM. Ils sont optionnels et le premier permet notamment d'améliorer le rapport signal sur bruit. Le principe est que l'amplificateur joue un rôle de filtre passe bande qui permet à une partie du bruit d'être sous-représenté. Le deuxième amplificateur permet quant à lui de mieux visualiser le signal et d'éviter qu'il soit sous le niveau de bruit pendant l'analyse du fait de sa trop faible puissance.

L'étape suivante est la numérisation du signal. En fonction des informations que l'on souhaite en tirer, il est possible de le discrétiser à l'aide d'un convertisseur analogique-numérique ou *Analog to Digital Converter* (ADC), ou bien de garder uniquement l'information de la charge à l'aide d'un convertisseur charge-numérique ou *Charge to Digital Converter* (QDC), ou encore l'information du moment où le signal a passé un

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

certain seuil, ainsi que sa durée à l'aide d'un convertisseur temps-numérique *Time to Digital Converter (TDC)*. On remarquera que pour les deux derniers cas, une partie de l'information sur le signal est perdue.

La dernière étape consiste à analyser le signal et son enregistrement. Par exemple, on peut lire le signal analogique provenant de deux SiPM afin de déterminer s'ils sont coïncidents et de décider d'enregistrer le signal si oui. Ce travail est souvent implémenté dans un réseau de portes logiques programmables ou *Field-Programmable Gate Array (FPGA)*. Un diagramme plus général sur l'ensemble des étapes de mesure et d'analyse de processus physiques sont résumés en Figure 3.3.

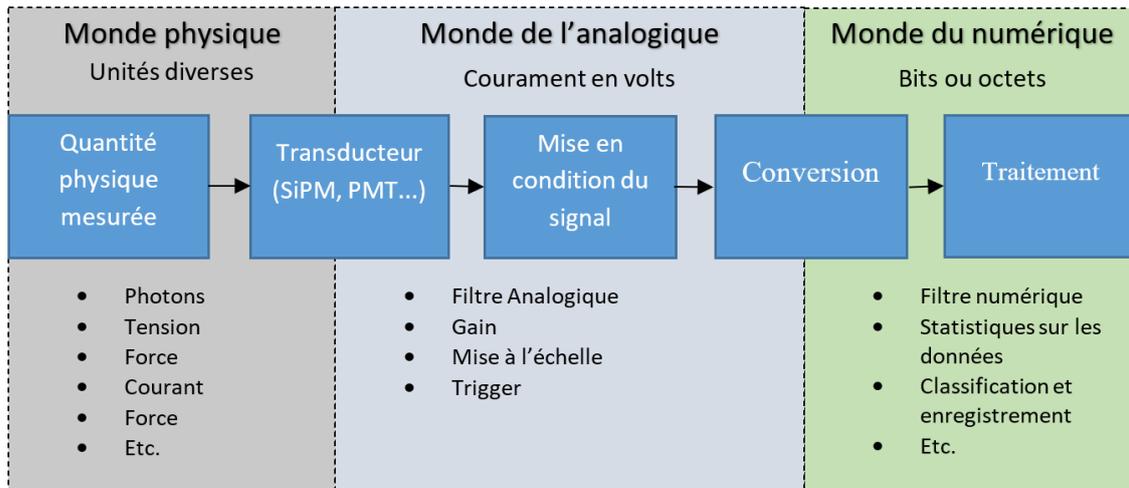


Figure 3.3. – Diagramme des étapes liées à la détection et l'analyse d'un phénomène physique.

Pour le conditionnement, la conversion et le traitement du signal, un oscilloscope doté d'une bonne bande passante peut être utilisé (perf. du scope: BW=4 GHz, Fréquence d'échantillonnage= 40 Gb/s)

3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

Cette partie vise à rentrer dans les détails du fonctionnement des SiPM afin de mieux appréhender leur modélisation dans GATE. Nous commencerons par une étude de leur géométrie, de leur schéma électronique équivalent et enfin, des bruits présents dans les SiPM.

3.3.1. Géométrie d'un SiPM et efficacité de détection

Un SiPM est composé de plusieurs milliers de photodiodes à avalanche ou *APD* connectées en dérivation. C'est donc un agencement de semi-conducteurs dont

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

le type de fonctionnement visé est le mode Geiger. Pour support d'étude de leur géométrie, considérons la Figure 3.4 qui représente une structure typique de SiPM.

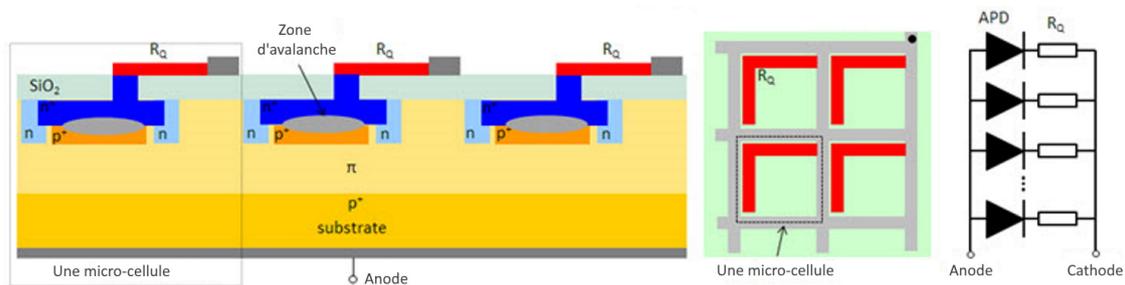


Figure 3.4. – Schéma d'un SiPM d'après Piatek [Slawomir 2016] avec (à gauche) une coupe transverse du layout, (au milieu) une vue de la face d'entrée du SiPM et (à droite) un schéma électronique équivalent simplifié.

L'épaisseur de zone de déplétion est de l'ordre du micromètre et les APDs (ou micro-cellules) font entre $10\ \mu\text{m}$ et $100\ \mu\text{m}$ selon les modèles. La faible épaisseur de la zone de déplétion et du substrat à la surface du SiPM joue un rôle important dans l'efficacité de détection ainsi que dans la gamme d'énergie à laquelle le SiPM est sensible. Le substrat (SiO_2 dans la Figure 3.4) bleuit le spectre de photons en arrêtant majoritairement ceux de très faible énergie (rouges et infrarouges). Plus il est épais, plus le seuil de sensibilité en énergie est élevé. Dans la zone de déplétion, les photons détectés sont ceux qui n'ont pas interagi à l'entrée du SiPM. Plus la zone de déplétion sera épaisse, plus la gamme d'énergie détectée sera grande et l'efficacité de détection élevée. Ces deux épaisseurs sont donc majoritairement responsables d'une efficacité de détection des photons ou *Photon Detection Efficiency (PDE)* en forme de cloche (Figure 3.5).

La mesure de la PDE se fait à l'aide d'une source de lumière monochromatique d'intensité et d'énergie connues et dont l'incidence est perpendiculaire au SiPM. La PDE est déterminée par plusieurs facteurs [Otte et al. 2017] dont les trois principaux sont l'efficacité quantique du détecteur, qui dépend de l'énergie du photon, la probabilité d'avalanche, qui dépend de la tension d'alimentation du SiPM et la géométrie (*i.e.* le pourcentage de surface active). Notons que dans cette définition, la transmittance du milieu incident vers le SiPM n'est pas incluse.

En Figure 3.4, des zones dopées n sont présentes autour de la zone de déplétion. Elles permettent de diminuer les phénomènes de partage de charge entre les micro-cellules. Aussi, l'agencement $p^+/p/p^+$ en zone inférieure du SiPM permet de mieux concentrer la zone de déplétion à l'interface avec n^+ .

Le SiPM est souvent revêtu d'un matériau transparent tel que de l'époxy ou la silice fondue (quartz) afin de protéger les micro-cellules.

Comme on peut le voir à droite de la figure, le schéma minimal équivalent d'un SiPM est une résistance en série avec une diode branchée dans le sens bloquant. La

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

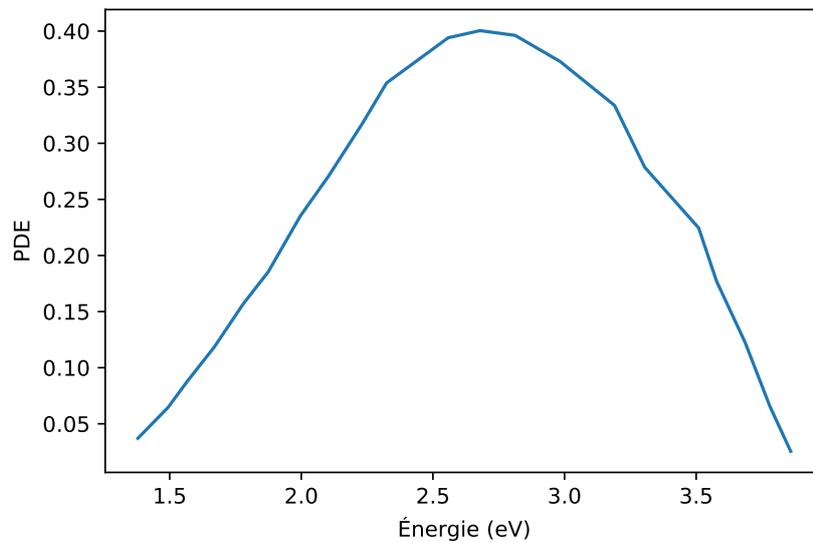


Figure 3.5. – PDE du SiPM HPK MPPC S13360-3050CS fournie par Hamamatsu Photonics K.K..

résistance R_q permet de stopper le phénomène d’avalanche en diminuant la tension aux bornes du SiPM.

3.3.2. Lecture du signal émis par les SiPM

Pour mettre en fonctionnement un SiPM, il faut l’alimenter avec une tension supérieure à la tension de claquage (V_{br}). La différence entre la tension d’alimentation et V_{br} est notée V_{ov} . Pour lire le signal, nous allons distinguer deux modes de lecture différents [Cova et al. 1996b]. Le premier mode de lecture est dit en intensité. C’est la tension aux bornes d’une résistance R_s placée en aval du SiPM qui est lue. Le deuxième mode de lecture est dit en tension. Cette fois-ci, c’est la chute de tension aux bornes du SiPM qui est mesurée. R_s est placée en aval du SiPM.

Il est aussi possible de placer des résistances en amont et en aval du SiPM pour effectuer deux mesures simultanées [Cates et al. 2018]. On pourra alors dire que le signal obtenu est différentiel car l’une et l’opposée de l’autre. Ce mode de lecture permet de réduire la transmission du bruit induit jusqu’à l’appareil de lecture grâce à la comparaison directe des deux signaux.

En réalité, le signal n’est pas parfaitement différentiel. Lors de la lecture de l’intensité, c’est en fait la quantité de trous en transit qui est mesurée. A contrario, lorsque c’est une chute de tension qui est lue, c’est la quantité d’électrons en transit qui est mesurée. Or les trous migrent moins vite que les électrons. Un des signaux est donc plus rapide que l’autre. Nous effectuons le montage présenté en Figure 3.6. Le SiPM HPK MPPC S13360-3050CS (spécifications disponible en Annexe D) est couplé à un cristal de LYSO irradié par des rayons gamma de 511 keV. Les résistances de $50\ \Omega$ en parallèle

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3.
Fonctionnement et géométrie des SiPM

avec un voltmètre représentent l'oscilloscope et $V_{ov} = 3\text{ V}$.

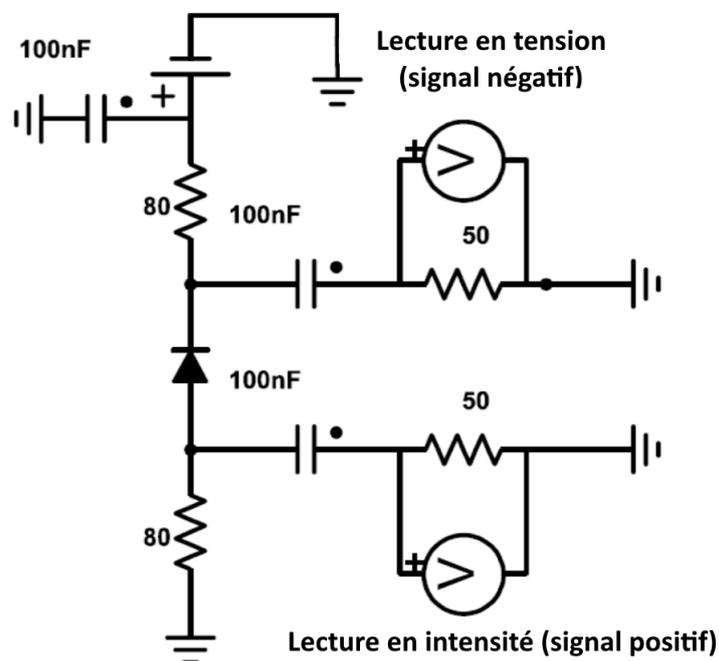


Figure 3.6. – Schéma électronique d'une lecture différentiel du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplé à un cristal de LYSO.

La Figure 3.7 présente le signal lu en amont et en aval du SiPM pour un pulse de scintillation émis par le cristal. Il est visible que le signal lu en mode intensité est plus lent.

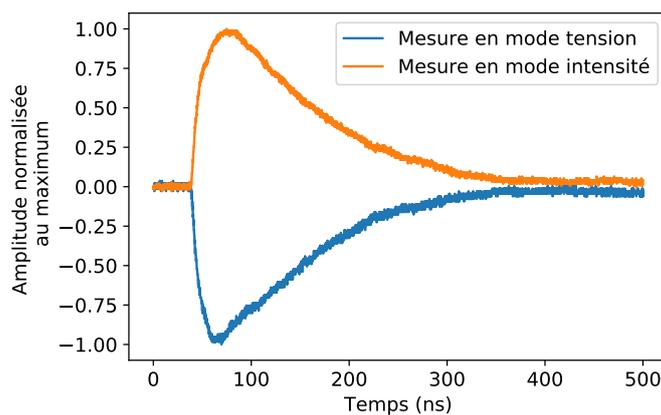


Figure 3.7. – Signal lu en amont et en aval du SiPM pour un évènement détecté dans le cristal scintillant.

3.3.3. Schéma électronique équivalent et forme du signal

Pour nous servir d'exemple, nous utiliserons le SiPM HPK MPPC S13360-3050CS avec $V_{ov} = 3\text{ V}$. La Figure 3.8 présente le schéma électronique équivalent fourni par Hamamatsu et qui reprend les notations de l'article de Corsi et al. [Corsi et al. 2007], avec $C_d = 84.5\text{ fF}$, $C_q = 16.8\text{ fF}$, $C_g = 18.7\text{ pF}$ et $R_q = 300\text{ k}\Omega$. La partie de gauche du schéma est l'équivalent d'une micro-cellule dans laquelle va se produire une avalanche¹ (encadrée en rouge). Celle du milieu représente les micro-cellules qui sont au repos (encadrée en noir). Et enfin, la capacité C_g à gauche prend en compte l'effet entre l'anode et la cathode du SiPM, qui est notamment dû à la grande surface des micro-cellules et à la faible distance qui les sépare.

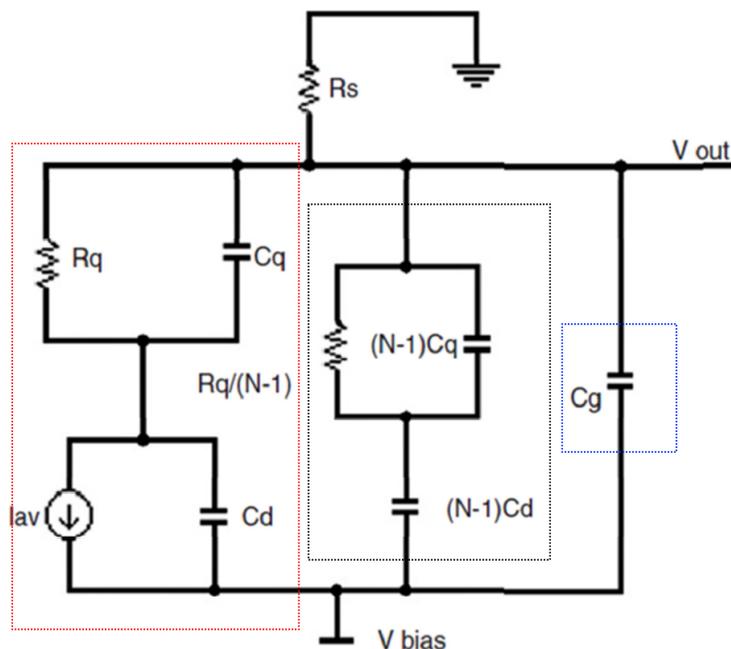


Figure 3.8. – Schéma électronique équivalent fourni par Hamamatsu pour le SiPM HPK MPPC S13360-3050CS lorsqu'une micro-cellule s'allume.

Conceptuellement, le schéma électronique d'une micro-cellule devrait ressembler à celui d'une photodiode. C'est-à-dire qu'à la place du générateur d'intensité, nous devrions trouver une résistance en série avec un générateur de tension dont la polarisation en sens inverse serait égale à la tension de claquage V_{br} . Même si ce schéma est valide [Maranao et al. 2014], nous allons plutôt placer une résistance en série avec un générateur pour mieux expliquer le phénomène d'avalanche comme l'ont proposé Acerbi et Gundacker [Acerbi; S. Gundacker 2019].

Nous effectuons un montage avec une résistance de $1\text{ k}\Omega$ en amont du SiPM, une

1. Une micro-cellule dans laquelle il se produit une avalanche sera qualifiée dorénavant par abus de langage de micro-cellule qui s'allume.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

capacité de 100 nF branchée en parallèle et une résistance d'environ 50 Ω branchée en sortie du SiPM, que nous simulons avec le schéma équivalent de la Figure 3.9. Ici, nous effectuons donc une lecture du signal en mode intensité.

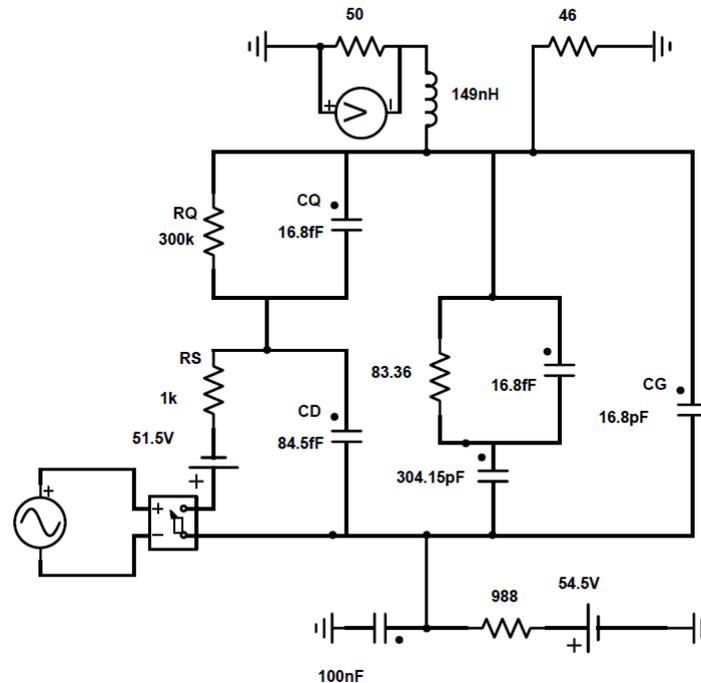


Figure 3.9. – Schéma électronique équivalent du montage expérimental avec un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS.

Deux résistances d'environ 50 Ω (50 et 46) sont visibles sur ce schéma. Celle dont la tension est mesurée par un voltmètre est interne à l'oscilloscope (le voltmètre et la résistance de 50 Ω représentent l'oscilloscope)².

L'inductance de 149 nH représente l'inductance du câble qui relie le montage à l'oscilloscope.

Le SiPM est illuminé par un laser pulsé. Pour chaque pulse, la longueur d'onde des photons émis est de 400 ± 10 nm et leur dispersion temporelle est inférieure ou égale à 20 ps. Afin de connaître le nombre de micro-cellules allumées en fonction de l'amplitude du signal, nous effectuons une calibration grâce à une première illumination d'intensité maximale. Toutes les micro-cellules s'étant allumées, l'amplitude mesurée correspond à celle du signal émis par les 3588 micro-cellules du SiPM HPK MPPC S13360-3050CS.

Enfin, nous diminuons progressivement l'intensité du laser, jusqu'à ce que le signal soit trop faible pour le discerner du bruit électronique. La Figure 3.10 présente les sig-

2. La résistance de droite a en fait été ajoutée par erreur dans le montage. Au lieu de refaire les mesures, nous avons choisi de la prendre en compte dans notre simulation.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

naux moyens, normalisés au maximum, qui ont été obtenus pour différents nombres de micro-cellules allumées.

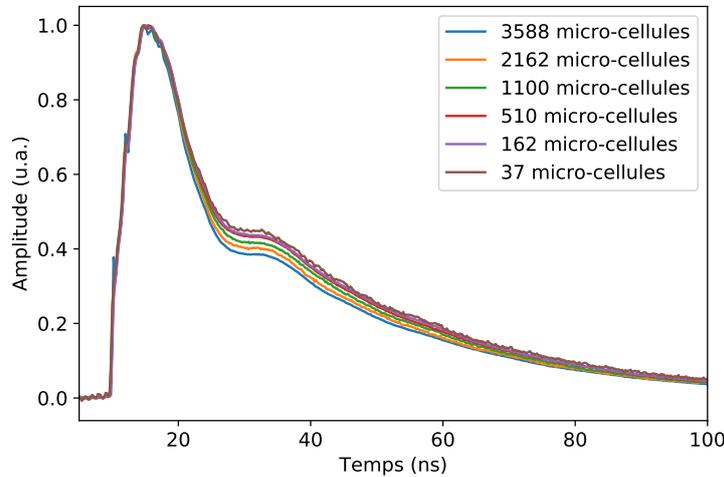


Figure 3.10. – Signaux moyens, normalisés au maximum, obtenus pour différents nombres de micro-cellules allumées.

On observe que plus le nombre de micro-cellules allumées est faible, plus le temps de déclin du signal est lent. Pour comprendre ce phénomène, nous allons étudier la dépendance du signal aux composants électroniques du schéma électronique équivalent. KETEK GmbH définit trois parties dans le signal. La première partie est une exponentielle croissante et les deux suivantes sont des exponentielles décroissantes. Ainsi, pour chacune des parties, on peut définir une constante de temps qui dépend des résistances et des capacités présentes dans le schéma. La constante de montée (*rise*) du signal τ_{rise} et à peu près égale à la résistance équivalente en sortie R_s du SiPM multipliée par C_d , la constante de chute (*fall*) $\tau_f = R_s \times (C_q + C_g)$ et enfin, la constante de déclin (*decay*) du signal $\tau_d = R_q \times (C_d + C_q)$.

Nous voyons qu'avec cette définition, τ_f dépend de C_g . Cette capacité est montée en parallèle des micro-cellules. De ce fait, plus un nombre important de micro-cellules s'allument, plus elle devient petite.

Notons que cette description des constantes de temps ne prend pas en considération l'inductance du câble qui relie le SiPM à l'oscilloscope. D'après la simulation, si cette dernière n'était pas présente, nous aurions obtenu un signal similaire à celui qui est reproduit dans la Figure 3.11.

Par ailleurs, il est visible que le signal simulé pour une seule micro-cellule n'a pas le même temps de déclin que celui mesuré pour 37 micro-cellules.

Parmi les travaux de modélisation de la forme du signal émis par une micro-cellule de SiPM [Marano et al. 2016][Corsi et al. 2007], on trouve le calcul des constantes de temps à partir des capacités et des résistances présentes dans le circuit équivalent. Le signal est alors une somme de fonctions exponentielles qui débutent toutes lorsque la micro-cellule s'allume. Néanmoins, en pensant à ce qui se passe physiquement,

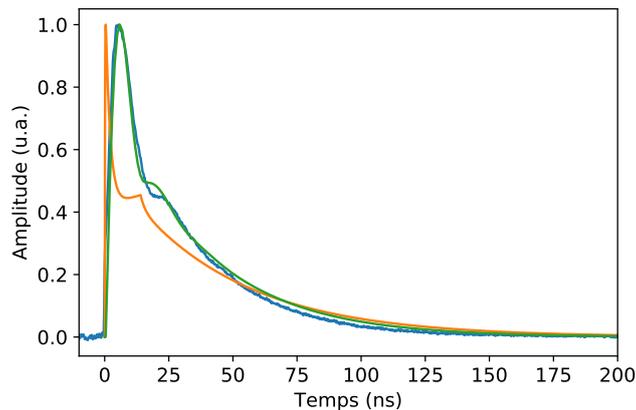


Figure 3.11. – Signal moyen normalisé au maximum pour 37 micro-cellules allumées (bleu), signal simulé pour une micro-cellule allumée, sans inductance entre le SiPM et l’oscilloscope, normalisé au maximum (orange) et signal simulé pour une micro-cellule allumée, avec une inductance de 149 nH entre le SiPM et l’oscilloscope, normalisé au maximum (vert).

on arrive à la conclusion que le signal serait mieux décrit par une somme de doubles exponentielles qui ne débuteraient pas toutes au même moment.

En effet, lors du claquage d’une micro-cellule, une avalanche d’électrons se produit dans la zone déplétée. À cause de cette avalanche, la zone déplétée disparaît. Comme la résistance interne à la micro-cellule est largement inférieure à R_q , la tension aux bornes de celle-ci chute. Lorsque qu’elle atteint V_{br} , l’avalanche s’arrête. Dès lors que l’avalanche commence à s’arrêter (c’est-à-dire lorsque la tension aux bornes de la micro-cellule atteint V_{br}), la zone de déplétion commence à nouveau à apparaître et crée un courant. De ce fait, on distinguera dans le signal la présence de deux impulsions distinctes qui ne débutent pas au même moment.

3.3.4. Saturation du SiPM, temps mort et temps de récupération des micro-cellules

Lorsqu’une micro-cellule s’allume, tant que le processus d’avalanche ne décroît pas, si un nouveau photon interagit dans celle-ci, alors il ne pourra pas a priori provoquer une nouvelle avalanche. Ce laps de temps est défini comme le temps-mort (*dead-time*) de la micro-cellule t_{dead} .

Cela implique que le SiPM ne peut détecter qu’un nombre limité de photons à la fois. On dit qu’il sature. Gruber et al. [Gruber et al. 2014] montrent que le SiPM ne sature en fait jamais complètement, c’est-à-dire que lorsqu’on augmente la quantité de photons, on observe toujours une augmentation de l’amplitude du signal sortant du SiPM. Une des explications possibles serait que lorsque deux photons interagissent presque en même temps dans une micro-cellule, alors deux avalanches se créées au

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

lieu d'une seule.

La saturation du SiPM est aussi liée au fait que lorsque la zone de déplétion se régénère dans une micro-cellule, et tant qu'elle n'est pas complètement régénérée, l'amplitude du signal lié à la détection d'un nouveau photon n'est pas totale. La régénération suit une loi exponentielle. On peut alors définir la constante de récupération (*recovery*) $\tau_{\text{rec}} = R_q \times (C_d + C_q)$ [Acerbi; S. Gundacker 2019] dont la valeur est étroitement liée au temps de déclin du signal généré par une micro-cellule. Pour rappel, la régénération de la zone de déplétion induit un courant. Lorsque celui-ci devient quasi-nul, la micro-cellule a complètement récupéré. La constante de récupération dépendant de R_q , qui dépend elle-même de la température [Dinu et al. 2016], on retrouvera une dépendance de τ_{rec} en fonction de la température. Il en va de même pour la tension d'alimentation, car plus le gain est élevé, plus l'avalanche est forte et crée un échauffement local de la micro-cellule [Hallen 2011]. Cette dépendance reste néanmoins faible autour de 25 °C.

Une variation de τ_{rec} en fonction du nombre de micro-cellules allumées semble aussi exister. Pour s'en convaincre, nous avons illuminé dans un premier temps un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS alimenté par une tension $V_{\text{br}} + 3$ V avec des paires d'impulsions laser successives de 20 ps de largeur à mi-hauteur (FWHM), centrées pour la première en t_0 puis pour la seconde en $t_0 + t$. Nous mesurons l'amplitude du signal A . Nous répétons l'expérience pour plusieurs valeur de t . La variation de l'amplitude du signal en fonction de t est telle que :

$$A = h(t - (t_0 + t_{\text{dead}})) A_0 \exp\{-(t - (t_0 + t_{\text{dead}}))/\tau_{\text{rec}}\}$$

avec A_0 l'amplitude du signal pour une micro-cellule complètement rechargée, h la fonction de Heaviside et $\tau_{\text{rec}} = 35.8 \text{ ns} \pm 0.7 \text{ ns}$ (Figure 3.12). Nous faisons la même expérience en disposant sur le SiPM un cache de plastique noir avec un trou au milieu. L'amplitude du signal mesuré avec le cache en t_0 correspond environ à 234 micro-cellules allumées. Aussi, en faisant varier t , nous obtenons $\tau_{\text{rec}} = 29.20 \text{ ns} \pm 0.5 \text{ ns}$.

Dans la littérature, nous pouvons retrouver quelques approches théoriques permettant de modéliser le phénomène de saturation. Tandis que certaines se sont intéressées à la saturation liée à l'émission d'un pulse de durée négligeable en comparaison avec τ_{rec} [Gruber et al. 2014], d'autres se sont intéressées à un modèle plus complet lorsque l'illumination est de longue durée [Vinogradov et al. 2014] ou bien qu'elle prend la forme d'une impulsion, comme dans un cristal scintillant [Rosado 2019].

Pour une impulsion de courte durée, Gruber L. et al [Gruber et al. 2014] proposent une équation permettant de calculer le nombre de micro-cellules allumées (*fired*) N_{fired} en fonction de la quantité de photons arrivant à la surface du SiPM N_{photon} :

$$N_{\text{fired}} = N_{\text{total}} \times \left[1 - e^{-\frac{N_{\text{photon}} \times PDE}{N_{\text{total}}}} \right] \quad (3.3)$$

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

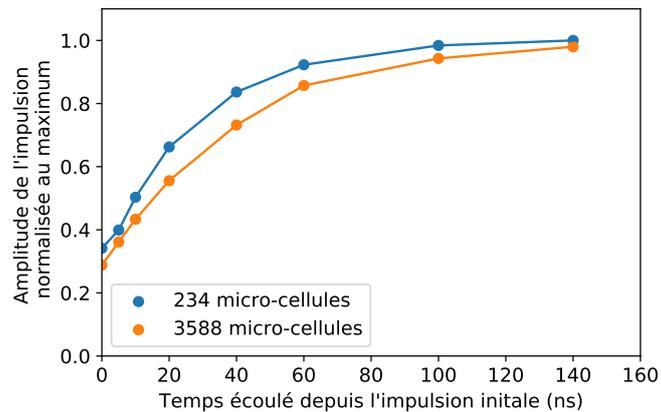


Figure 3.12. – Amplitude du signal généré par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS à la détection d'une impulsion laser en fonction du temps qui la sépare d'une première impulsion.

où N_{total} est le nombre de micro-cellules. Notons que la saturation du SiPM est donc effective dès que $N_{\text{photon}} \geq 1$. En pratique, la charge mesurée ne sera pas proportionnelle à l'énergie déposée dans le cristal scintillant. On parle ici d'un comportement non-linéaire du SiPM. Nous allons maintenant détailler la marche à suivre pour calibrer le détecteur par des mesures expérimentales.

3.3.5. Correction de la saturation d'un SiPM couplé à un cristal scintillant

Nous avons couplé un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS à l'aide d'une graisse optique d'indice de réfraction 1.51 au cristal de LYSO caractérisé en Section 3.1.6 avec un PMT. Le cristal est cette fois encapsulé dans du Téflon. Nous l'avons irradié avec des sources radioactives d' ^{241}Am et de ^{22}Na . Le schéma électronique équivalent est celui présenté en Figure 3.9 et $V_{\text{ov}} = 3\text{ V}$. Nous avons mesuré la charge issue de chaque impulsion de scintillation et avons estimé la position des pics à pleine énergie à 60, 511 et 1275 keV avec une erreur inférieure à 2%. À partir de celles-ci, nous avons cherché à effectuer une régression à l'aide de la fonction `curve_fit` [The SciPy community 2018] de la formule proposée par Pulkoa et al. [Pulkoa et al. 2012] :

$$V(E) = A \left(1 - e^{\frac{-E}{N_{\text{total}} B}} \right) \quad (3.4)$$

où E correspond à l'énergie et où les paramètres à minimiser sont A et B . Notons que dans cette formule, $V(E)$ correspond à l'amplitude de la tension mesurée aux bornes de la résistance en aval du SiPM, qui reste néanmoins directement proportionnelle à la charge. Nous avons donc remplacé $V(E)$ par $Q(E)$, la charge mesurée et avons obtenu $A = 2525 \pm 46\text{ C}$ et $B = 0.29 \pm 0.01$.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3. Fonctionnement et géométrie des SiPM

Pulkoa et al. proposent dans leur article de corriger la saturation de la manière suivante :

$$Q_{\text{lin}} = -A \ln \left(1 - \frac{Q(E)}{A} \right) \quad (3.5)$$

où $Q_{\text{lin}} = -E/(N_{\text{total}} \times B)$ est le développement limité de $Q(E)$ (Eq. 3.4) au premier ordre.

Nous appliquons cette correction et présentons en Figure 3.13 les charges correspondant aux positions des pics à pleine énergie mesurées et corrigées d'après l'Eq. 3.5 à 60, 511 et 1275 keV.

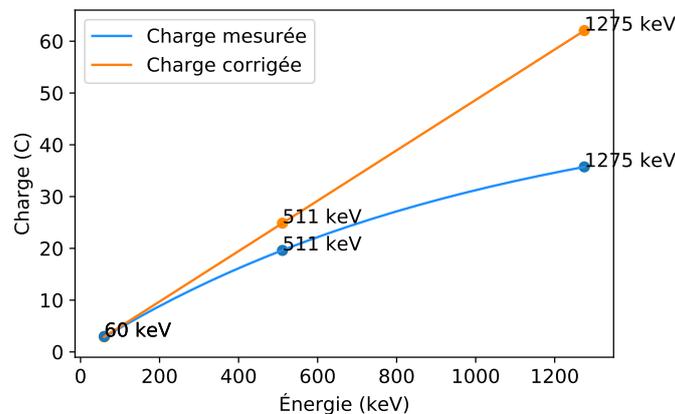


Figure 3.13. – Charge mesurée et corrigée en fonction de l'énergie incidente pour un cristal de LYSO couplé à un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS composé de 3588 micro-cellules.

La saturation du SiPM est nettement visible. Nous pouvons à présent étalonner chaque évènement mesuré afin d'obtenir le spectre en énergie corrigé de la saturation du SiPM et de la non-linéarité de la réponse du cristal scintillant. La Figure 3.14 présente les spectres mesuré et corrigé d'une source radioactive de ^{22}Na . Nous remarquons que les largeurs à mi-hauteur des pics à pleine énergie s'élargissent de manière notable. La résolution en énergie à 511 keV se monte à $10.5\% \pm 0.4\%$ sans correction de saturation alors qu'elle est de $13.2\% \pm 0.5\%$ après correction de la saturation du SiPM.

3.3.6. Résolution temporelle d'un photon unique

Lorsqu'un photon est détecté par un SiPM, il existe un temps de latence entre le dépiégeage de l'électron et l'avalanche. L'amplitude du signal et sa durée varient notamment en fonction de la tension d'alimentation, de la taille de la zone de déplétion, de la capacitance et de l'inductance totale induite ainsi que des résistances dans le montage. Du point de vue du traitement du signal, la détermination du moment de la détection par l'impulsion générée par une micro-cellule d'un photon se fait

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.3.
Fonctionnement et géométrie des SiPM

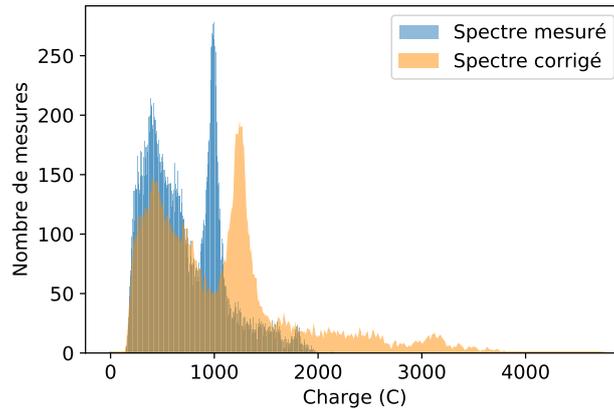


Figure 3.14. – Spectres mesuré et corrigé pour une source radioactive de ^{22}Na .

par la mesure du franchissement d'un seuil en tension au ras du bruit électronique [Cates et al. 2018]. La résolution temporelle de la détection d'un photon unique ou *Single Photon Time Resolution (SPTTR)* dépend principalement de deux facteurs. Le premier facteur est le bruit électronique et le second est lié à la géométrie du SiPM. Plus la pente du signal dV/dt est élevée en comparaison du bruit électronique σ_t au voisinage du seuil V_T , meilleure sera la résolution temporelle (Figure 3.15). Aussi, plus la zone de déplétion est petite, plus le temps de transit des électrons sera faible et meilleure sera la résolution temporelle.

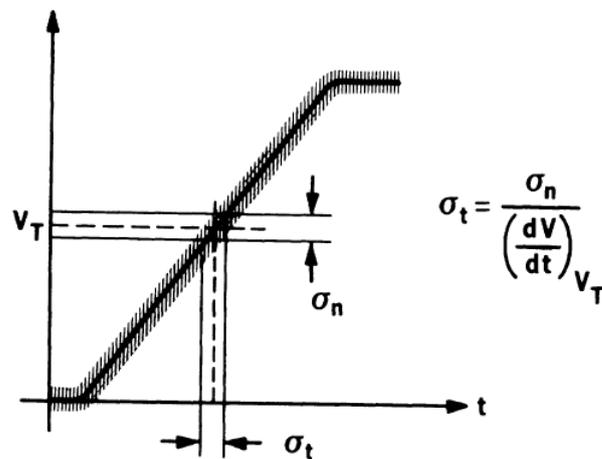


Figure 3.15. – Représentation de l'impact du bruit électronique sur la mesure temporelle d'une impulsion (source : [Spieler 1982]).

3.3.7. Résumé

Dans cette section, nous avons décrit d'un point de vue plus électronique que physique les principales caractéristiques d'un SiPM hormis le bruit qu'il est susceptible de générer. La raison est que l'on cherchera à reproduire directement par simulation le signal électronique en sortie du SiPM plutôt que la physique des interactions des photoélectrons dans le substrat des micro-cellules.

En résumé, un SiPM est composé de milliers de photo-diodes à avalanches aussi appelées micro-cellules de taille micrométrique générant une impulsion lors de la détection d'un photon. C'est donc la somme de ces impulsions générées par chaque photon de scintillation converti dans le substrat du SiPM qui est mesurée. Après la génération d'une impulsion, il existe un temps non négligeable pendant lequel une micro-cellule se régénère. Ce phénomène est à l'origine de la saturation du SiPM. De plus, il existe également une incertitude sur la mesure du temps de détection des photons par les micro-cellules du SiPM, qui est étroitement liée à l'épaisseur de la zone de déplétion des micro-cellules.

Enfin, bien qu'il existe de nombreux modèles permettant de décrire la forme des impulsions, nous avons remarqué qu'ils ne prennent pas en compte le comportement physique d'une zone de déplétion. En effet, lorsque l'on mesure un signal, on mesure un mouvement de charges. Le signal émis par une micro-cellule est la somme d'un mouvement de charges liée à une avalanche, puis, lorsque la zone de déplétion se reforme, de migration de charges, plus lente, qui restaure le champ électrique. Ces deux phénomènes sont donc à l'origine de deux pulses distincts, ne débutant pas forcément au même moment. Ils sont par ailleurs nettement visibles pour certains SiPMs, comme pour le Excelitas C30742-33-050-C [Dolinsky et al. 2013].

3.4. Bruits générés par les SiPM

En plus du bruit électronique, les micro-cellules du SiPM s'allument parfois spontanément et créent des impulsions sans qu'aucun photon provenant de l'extérieur n'ait interagi. Les raisons en sont diverses et peuvent être distinguées les unes des autres.

3.4.1. Le taux de comptage d'obscurité ou DCR (Dark Count Rate)

Le taux de comptage d'obscurité ou *Dark Count Rate* (DCR) est à distinguer du bruit de courant noir qui consiste en un faible courant de surface présent malgré le fait qu'aucune micro-cellule ne se soit allumée. Le DCR décrit en fait l'allumage spontané de micro-cellules lié au passage d'un électron de la zone de valence vers la zone de conduction à cause d'un transfert d'énergie sous forme de chaleur. Autrement dit, à cause de la température. À titre d'exemple, nous avons placé un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS dans l'obscurité et avons reproduit le montage équivalent au circuit

électronique donné en Figure 3.9, à l'exception d'une amplification supplémentaire en aval du signal par un circuit d'amplification AD8000 (produit par Analog Device). La Figure 3.16 présente le signal lu par l'oscilloscope numérique.

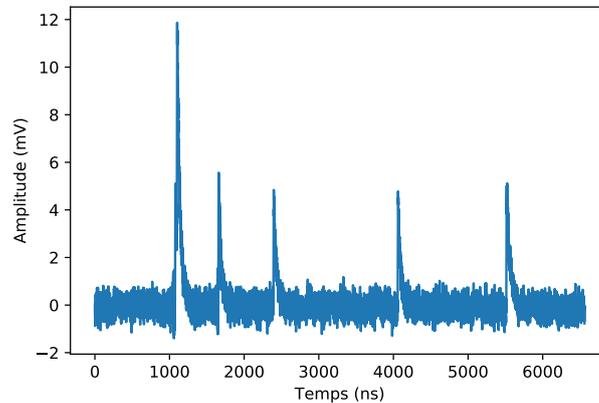


Figure 3.16. – Mesure du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité.

Le DCR est défini par un taux d'apparition exprimé en hertz (Hz) ou cps (coups par seconde).

3.4.2. La diaphonie ou *crosstalk*

La diaphonie ou *crosstalk*, ou encore *optical crosstalk*, désigne le fait que lorsqu'une micro-cellule s'allume, il arrive qu'une autre micro-cellule s'allume aussi de manière corrélée. L'explication physique de ce phénomène est qu'une avalanche provoque l'émission d'une quantité non négligeable de photons de faible énergie allant de l'infrarouge au visible. Les micro-cellules voisines étant proches, la probabilité qu'un photon émis par l'avalanche interagisse avec l'une d'entre elles n'est pas négligeable. Ce phénomène est par exemple visible dans la Figure 3.16 pour la première impulsion qui a une amplitude double de celles des autres impulsions la suivant. Il s'agit d'un *crosstalk*. Ainsi, une ou plusieurs micro-cellules peuvent s'allumer quasiment simultanément.

Gallego et al. se sont intéressés à la modélisation du *crosstalk* en terme de probabilité d'apparition et de distribution spatiale [Gallego et al. 2014]. De leur étude ressort le fait qu'une bonne approximation de la probabilité de *crosstalk* peut être obtenue en faisant l'hypothèse que le phénomène de *crosstalk* n'apparaît que dans les 4 micro-cellules ou 8 micro-cellules les plus proches voisines de la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale (*4 nearest neighbors model* et *8 nearest neighbors model*) comme présenté dans la Figure 3.17.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.4.
Bruits générés par les SiPM

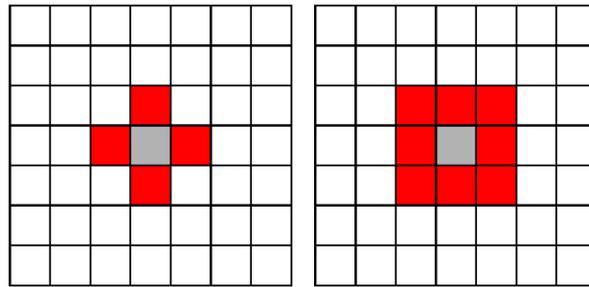


Figure 3.17. – Description schématique de la disposition des 4 (à gauche) ou 8 (à droite) plus proches voisins de la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale (source : [Gallego et al. 2014]).

La probabilité de *crosstalk* $P_n(k)$ suit une loi binomiale avec $n = 4$ ou 8 suivant le modèle :

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (3.6)$$

Soit ϵ_c , la probabilité qu'il y ait au moins un *crosstalk*. Alors la probabilité d'avoir zéro *crosstalk* est donnée par : $1 - \epsilon_c = (1-p)^n$.

En pratique, il n'est pas exclu qu'un *crosstalk* apparaisse dans une micro-cellule plus éloignée que les 4 ou 8 plus proches voisins de la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale. Il peut aussi arriver qu'un photon émis par l'avalanche de la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale parvienne à sortir du SiPM et soit diffusée en arrière vers le SiPM, puis déclenche un *crosstalk* [Gola et al. 2012]. Nous en avons fait l'expérience en mesurant la quantité de *crosstalk* avec et sans cristal encapsulé dans du Téflon couplé au SiPM avec de la graisse optique : nous avons mesuré une diminution de 4.8% de la quantité de *crosstalk* lorsque le cristal n'était pas présent. Dans la littérature, Nakamura et al. ont également reporté un effet du couplage optique entre le cristal et le SiPM [Nakamura et al. 2019]. Pour cette raison, il est important de quantifier la probabilité de *crosstalk* lorsqu'un module de détection est complètement assemblé.

Celle-ci dépend également de la tension d'alimentation. En effet, plus la tension d'alimentation est élevée, plus l'avalanche, et donc l'émission de photons est importante. Rosado et Hidalgo [Rosado; Hidalgo 2015] montrent que cette dépendance peut être approchée par la fonction suivante :

$$\epsilon_c(V_{ov}) = 1 - e^{-\left(\frac{V_{ov}}{\mathcal{K}_c}\right)^{1+\alpha_c}} \quad (3.7)$$

où \mathcal{K}_c et α_c sont des paramètres propres au SiPM qui peuvent être estimés en faisant varier la tension d'alimentation.

3.4.3. Impulsions subséquentes ou *afterpulses*

Lorsqu'une micro-cellule s'allume, il arrive que certains électrons excités restent dans un état transitoire dont le dépiégeage a lieu plus tard, après l'avalanche. Ceci provoque donc une nouvelle avalanche dont l'amplitude varie en fonction de l'état de régénération de la zone de déplétion. Ces impulsions subséquentes ou *afterpulses* sont donc discernables du fait de leur amplitude, qui est réduite par rapport à celle d'une impulsion générée par une avalanche classique. Le signal présenté dans la Figure 3.18 correspond au signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité, amplifié par un circuit d'amplification AD8000. Nous observons dans ces conditions une impulsion, puis une seconde d'amplitude bien plus faible correspondant à un *afterpulse*.

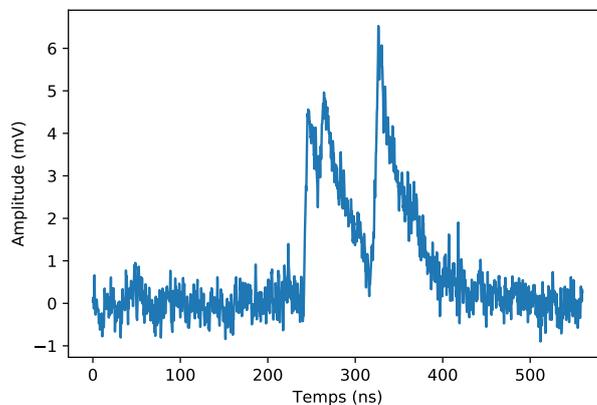


Figure 3.18. – Mesure du signal émis par un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité. La première impulsion correspond à un comptage d'obscurité, la seconde à un *afterpulse* et la troisième un *crosstalk* retardé ou *delayed-crosstalk*.

3.4.4. Diaphonie retardé ou *delayed-crosstalk*

Lorsqu'une micro-cellule s'allume, il arrive aussi que d'autres s'allument de manière corrélée, mais plus tardivement. Cela a lieu lorsque qu'un photon émis par la micro-cellule libère un électron proche de la zone déplétée d'une micro-cellule voisine. Celui-ci migre alors vers la zone déplétée et une nouvelle avalanche est provoquée. Le temps de latence entre l'allumage de la première micro-cellule et celle qui subit un *crosstalk* retardé s'explique par le transit de l'électron, qui est relativement lent en comparaison à la vitesse de la lumière. Par exemple, dans la Figure 3.18, une troisième impulsion de même amplitude que la première apparaît plus tardivement, qui peut être interprétée comme un *delayed-crosstalk*.

3.4.5. Résumé

Le fonctionnement des SiPM a été détaillé dans cette section. Nous pouvons relever que le signal émis par un SiPM est en fait la somme de signaux émis par plusieurs milliers de photo-diodes à avalanche, toutes pas plus larges que $100\ \mu\text{m}$. Chaque signal (que nous appelons aussi impulsion ou *pulse*) peut par approximation être vu comme la somme de deux exponentielles et correspond à la détection d'un photon optique. Nous avons vu que les SiPM pouvaient saturer à cause de leur nombre limité de micro-cellules. Aussi, certaines micro-cellules peuvent parfois s'allumer, même si aucun photon n'a interagi dans le SiPM, et générer par conséquent du bruit. Plusieurs paramètres doivent être caractérisés pour simuler la génération du signal par les SiPM de manière fidèle à la réalité :

- Amplitude et forme de l'impulsion
- Variation d'amplitude de l'impulsion
- Amplitude du bruit de l'électronique
- DCR
- Probabilités de *crosstalks*
- SPTR
- Distribution temporelle des *afterpulses*
- Distribution temporelle des *delayed-crosstalks*

Le principal enjeu de la section qui suit est de proposer des méthodes simples et rapides pour estimer expérimentalement l'ensemble de ces paramètres.

3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

Cette section est largement inspirée du travail présenté par Rosado et Hidalgo pour la caractérisation expérimentale des différents types de bruit d'un SiPM [Rosado; Hidalgo 2015] et de celui présenté par Nemallapudi et al. pour la mesure de la SPTR [Nemallapudi et al. 2016]. Nous illustrerons nos propos à partir de mesures effectuées avec un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS.

3.5.1. Echantillonnage de la forme d'une impulsion émise par une micro-cellule

Nous illustrons cette sous-section à l'aide d'un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS alimenté à $V_{\text{ov}} = 3\ \text{V}$.

En fonction du montage électronique et de l'amplification utilisée, la forme d'une impulsion émise par une micro-cellule peut varier drastiquement. Les capacités, longueurs de fils et résistances modifient les constantes de montée et de déclin de l'impulsion et l'amplification a pour effet de supprimer certaines fréquences (souvent

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

les hautes fréquences). Pour simuler les impulsions émises de manière fidèle à la réalité, il est essentiel d'échantillonner leur forme moyenne à partir du montage complet.

L'amplitude d'une impulsion peut également varier d'une micro-cellule à l'autre, tout comme elle peut varier dans une même micro-cellule, notamment en fonction de la position du début de l'avalanche dans la zone de déplétion. En plus de quantifier l'amplitude moyenne d'une impulsion C_{amp} , nous devons également mesurer la variation de celle-ci σ_{amp} .

À ce jour, nous n'avons pas connaissance d'un amplificateur qui permette de visualiser le signal émis par une micro-cellule sans que celui-ci ne sature lorsqu'on effectue des mesures de scintillation dans un cristal irradié par des rayons gamma de 511 keV. Et sans amplificateur, nous ne pouvons voir le signal émis par une seule micro-cellule. Or nous aimerions valider le modèle Monte Carlo que nous allons décrire dans GATE à partir de mesures de scintillations. Nous avons donc choisi d'approximer la forme du signal émis par une micro-cellule avec celle du signal émis par 37 micro-cellules, qui s'allument suite à l'illumination du SiPM par une impulsion laser de 20 ps FWHM (Figure 3.10). Notons qu'un signal émis par un nombre de micro-cellules inférieur à 37 est difficilement distinguable du bruit.

Pour mesurer l'amplitude de l'impulsion ainsi que sa variation, nous avons placé le SiPM dans l'obscurité et amplifié le signal à l'aide d'un circuit d'amplification AD8000, puis tracé l'histogramme des amplitudes (Figure 3.19) fournies par le circuit d'amplification. Le pic d'amplitude maximale correspondant à la distribution d'amplitudes lorsqu'une seule micro-cellule s'allume. L'ajustement de ce pic d'amplitude maximale par une distribution normale permet d'obtenir $C_{amp} = 5.01$ mV et $\sigma_{amp} = 0.29$ mV.

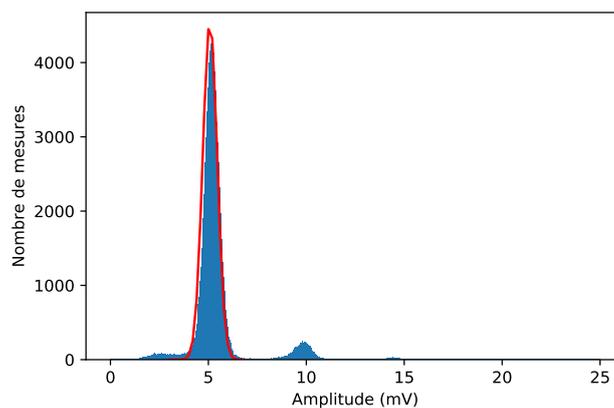


Figure 3.19. – Histogramme des amplitudes des impulsions mesurées en plaçant le SiPM dans l'obscurité et avec $V_{ov} = 3$ V.

3.5.2. Mesure de la SPTR

Nous détaillons ici la marche à suivre pour mesurer la SPTR.

3.5.2.1. Montage électronique d'amplification

Le montage électronique d'amplification choisi correspond au montage décrit par Cates et al. [Cates et al. 2018][s. Gundacker et al. 2019]. Ce montage permet d'obtenir un rapport signal sur bruit élevé grâce à la lecture différentielle du SiPM et un passage en mode commun judicieux par l'utilisation d'une bobine de ratio 1 : 1, qui permet une amplification passive du signal (Figure 3.20). Le schéma électronique est visible en Figure 3.21.



Figure 3.20. – Montage électronique utilisé pour la mesure de la SPTR.

Nous distinguons plusieurs parties dans ce montage. La première, qui forme une ligne verticale du BIAS au GND, correspond au bloc d'alimentation du SiPM.

Directement à droite du SiPM, nous avons la partie lecture en mode différentiel suivi par l'amplification passive du signal à l'aide d'une bobine. Par la même occasion, le signal est transformé en mode commun. Il s'ensuit une préamplification et une amplification active du signal. Notons qu'après ces étapes, le signal n'a plus sa forme originale. La charge (aire sous la courbe) n'est plus proportionnelle à l'énergie déposée dans le cristal.

Juste avant le point T (pour *Timing*) du schéma, qui permet de lire le signal optimisé pour une bonne résolution temporelle, nous pouvons observer la présence d'une capacité de 100 pF. Celle-ci permet de filtrer le signal. De cette manière, les impulsions émises par le SiPM seront de durées plus courtes. Raccourcir leurs durées permet de diminuer les éventuelles interférences que pourrait avoir le DCR sur la mesure du moment d'interaction d'un rayon gamma dans le cristal. En effet, imaginons que nous détectons une scintillation et qu'avant celle-ci apparaisse une impulsion d'obscurité ou *dark count*, alors la somme des impulsions liées à la détection de la scintillation débiterait à une amplitude supérieure à 0 V car le comptage d'obscurité n'aurait pas

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5.
 Mesure des paramètres d'un SiPM

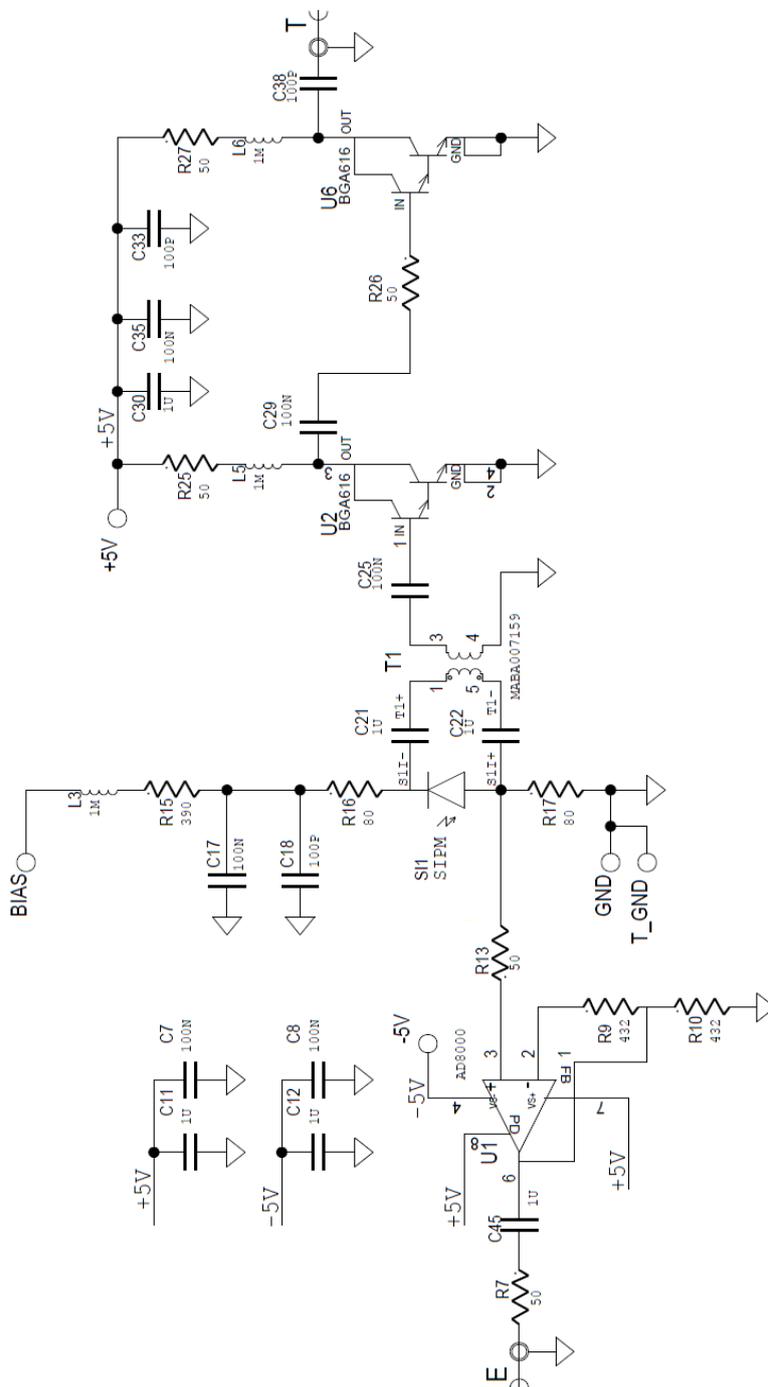


Figure 3.21. – Schéma du montage électronique utilisé pour la mesure de la SPTR.

encore complètement décro. La mesure du moment du dépassement du seuil serait alors entachée d'une erreur supplémentaire comme illustré en Figure 3.22.

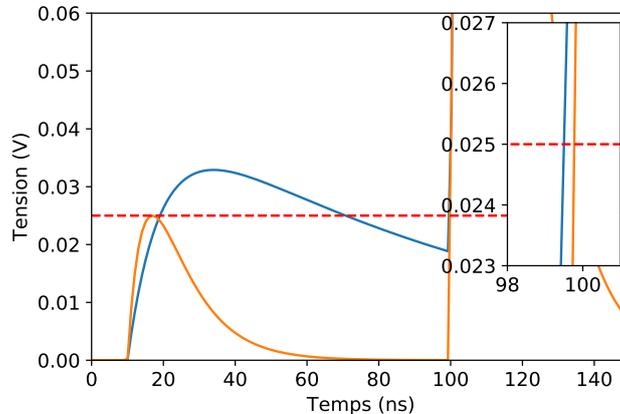


Figure 3.22. – Illustration de l'effet d'un comptage d'obscurité sur le temps de déclenchement (position du seuil en rouge). On remarque que lorsque l'impulsion n'a pas complètement décro (en bleu), elle ajoute un biais temporel à la détection d'une impulsion de scintillation (peu avant 10 ns).

Pour réduire l'impact de ce phénomène, Gola et al. ont proposé de placer un circuit de compensation composé d'une résistance montée en parallèle avec une capacité en amont de l'amplification active [Gola et al. 2011].

À gauche du SiPM, le signal est lu en mode intensité. L'amplificateur permet alors de limiter la perturbation sur le montage. Ainsi, la charge (et donc l'énergie déposée par un rayon gamma dans le cristal) peut être mesurée au point E du schéma sans que le signal soit trop perturbé.

3.5.2.2. Mesures expérimentales

Nous avons alimenté le SiPM par une tension $V_{ov} = 9$ V et l'avons illuminé avec un laser pulsé d'une résolution de 20 ps FWHM. L'extrémité de la fibre laser était placée à 50 cm de la face d'entrée du SiPM et un atténuateur ainsi qu'une lentille divergente disposés sur le parcours de l'impulsion laser permettait d'obtenir un photon à la fois interagissant dans le SiPM (Figure 3.23).

Notons que s'équiper d'un laser représente un certain coût. Dans la littérature, nous avons identifié un potentiel moyen de remédier à cela. Il serait possible de fabriquer son propre laser avec une résolution de 52 ps FWHM qui est suffisante pour mesurer la SPTR d'un SiPM [Uhring et al. 2004].

Le dispositif répond à chaque montée d'un signal en créneaux émis par un générateur basses fréquences (Générateur basses fréquences (GBF)) par l'émission d'une impulsion laser. L'oscilloscope enregistre le signal émis par le SiPM sur une durée de 300 ns à une fréquence de 40 GHz chaque fois que le signal dépasse le seuil de

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

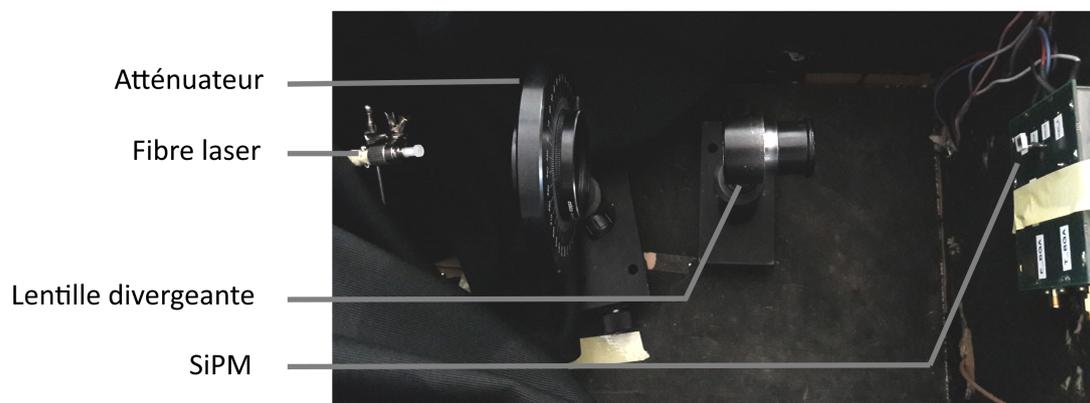


Figure 3.23. – Montage optique pour la mesure de la SPTR. Notons que les parois sont peintes en noir pour limiter la diffusion des photons optiques.

tension fixé au plus près du bruit. Nous appellerons temps de déclenchement chaque moment où l'enregistrement débute.

Afin de mesurer la précision du temps de trigger, nous avons dupliqué le signal et l'avons branché sur deux canaux différents de l'oscilloscope, puis avons mesuré la différence de temps de déclenchement entre les deux signaux. L'histogramme de cette mesure permet d'estimer la résolution temporelle de la de différence de temps entre les 2 signaux. La valeur obtenue est de 31 ± 0.6 ps FWHM (Figure 3.24). La résolution sur le temps de déclenchement est donc égale à $(31 \pm 0.6)/\sqrt{2} = 21.9 \pm 0.4$ ps FWHM.

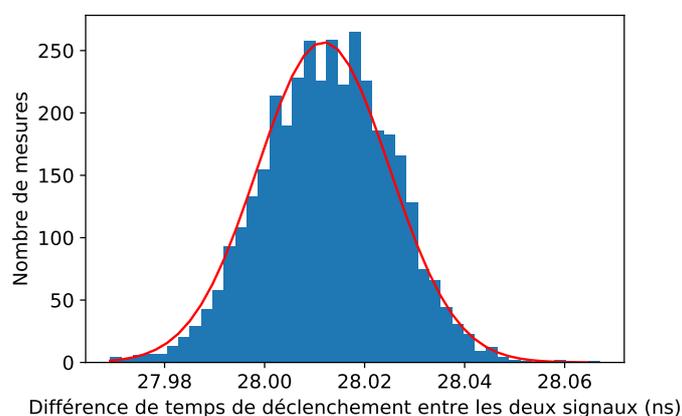


Figure 3.24. – Histogramme des différences de temps de déclenchement entre les deux signaux dupliqués.

3.5.2.3. Analyse des données

En utilisant le langage Python, nous avons obtenu par interpolation linéaire et pour chaque impulsion émise par le SiPM, le moment où le signal dépasse le seuil

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

au ras du bruit, puis nous avons construit l'histogramme entre le temps du début de l'échantillonnage effectué par l'oscilloscope et le temps de déclenchement (Figure 3.25).

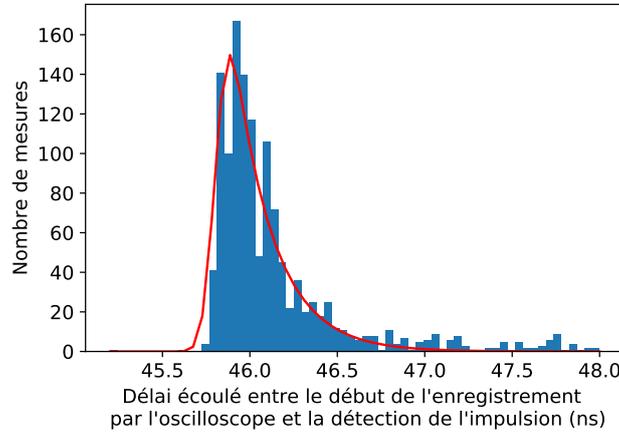


Figure 3.25. – Histogramme des mesures du moment du dépassement de seuil à ras du bruit par le signal émis par le SiPM relatif au début de l'enregistrement par l'oscilloscope (temps de déclenchement).

La distribution de cette différence de temps présente un mélange entre une loi normale et une loi exponentielle. D'un point de vue physique, on peut interpréter cela comme le fait que les photons n'interagissent pas tous dans la zone de déplétion. Lorsque c'est le cas, la mesure contribue à la partie gaussienne de l'histogramme. Lorsque ce n'est pas le cas, le temps de latence provoqué par le transit du photo-électron vers la zone de déplétion provoque un retard dans l'avalanche. La mesure contribue alors à la queue de l'histogramme.

Pour mesurer la **SPTR**, nous nous sommes inspirés de la méthode détaillée par Namallapudi et al. [Namallapudi et al. 2016], qui convoluent la distribution gaussienne avec une exponentielle décroissante représentant la distribution de probabilité de la profondeur d'interaction dans le substrat du SiPM :

$$f(t; \mu, \sigma, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} * \lambda e^{-\lambda t} \quad (3.8)$$

avec * le produit de convolution, μ la valeur moyenne de la gaussienne, σ l'écart-type et λ une constante de décroissance. Dans cette expression, il manque la notion d'amplitude. Il n'est donc pas possible d'effectuer une régression sur la distribution sans la normaliser. C'est pourquoi nous avons préféré utiliser la formule initiale proposée par et al. [Grushka et al. 1972]:

$$f(x; \mu, \sigma, \lambda, A) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} * \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (3.9)$$

où A correspond à l'amplitude.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

Nous avons obtenu une **SPTR** ($= \sigma \times 2.355$) de 136 ± 20 ps FWHM. Notons que notre mesure est concordante avec celle présentée par Cates et al. pour le même SiPM avec le même montage électronique, la même méthode de régression sur la distribution et $V_{ov} = 9$ V [Cates et al. 2018].

La SPTR totale que nous venons de mesurer ($\sigma_{mesurée}$) est entachée par la résolution du temps de déclenchement présentée précédemment ($\sigma_{trigger}$ de 21.9 ps FWHM) et de l'impulsion laser (σ_{laser} de 20 ps FWHM), et par le bruit électronique (σ_{elec}).

La contribution du bruit électronique peut être estimée par la mesure de la largeur à mi-hauteur du bruit blanc divisé par la pente du signal du SiPM à la position du seuil de déclenchement et se monte à 43.4 ± 0.3 ps FWHM. Nous pouvons finalement estimer la SPTR intrinsèque au SiPM de la manière suivante:

$$SPTR_{SiPM} = \sqrt{\sigma_{mesurée}^2 - \sigma_{trigger}^2 - \sigma_{laser}^2 - \sigma_{elec}^2} \quad (3.10)$$

Celle-ci vaut 125.4 ± 21.4 ps FWHM à $V_{ov} = 9$ V et correspond avec les valeurs disponibles dans la littérature [Acerbi; S. Gundacker 2019]

3.5.3. Mesure des différents types de bruit émis par le SiPM

Pour la mesure des différentes sources de bruit (DCR, *crosstalk*, *afterpulse*, *delayed-crosstalk*), Rosado et Hidalgo [Rosado; Hidalgo 2015] ont proposé une méthode simple dans le sens où elle nécessite peu d'équipement et un seul type de mesure. Le setup expérimental doit répondre aux conditions suivantes :

- Le SiPM couplé au cristal doit être placé dans l'obscurité.
- Le signal doit être amplifié à minima avec un gain de 20 dB pour pouvoir visualiser les impulsions.
- La température doit être stable ainsi que la tension d'alimentation.
- L'oscilloscope doit pouvoir échantillonner le signal à une fréquence supérieure ou égale à 2.5 GHz.
- Plusieurs milliers de trames de signal de longues durées (3 ms) doivent être enregistrées.

Pour cette mesure, le SiPM était alimenté par une tension $V_{ov} = 3$ V et la température ambiante était de 21 °C. Nous avons utilisé une première trame pour estimer la forme moyenne d'une impulsion lorsqu'une seule micro-cellule s'allume. Pour chaque trame de signal, nous avons effectué une analyse post traitement en langage Python comprenant les étapes suivantes :

- Déconvolution du signal par l'impulsion moyenne correspondant au cas où une seule micro-cellule s'allume.
- Détection de la position des impulsions et de leurs amplitudes à partir du signal déconvolué.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

- La première impulsion de la trame est considérée comme un comptage d'obscurité appelé impulsion initiale. Toute impulsion qui suit et qui est distante de moins de 500 ns de l'impulsion initiale est considérée comme corrélée à l'impulsion initiale. Son délai d'apparition et son amplitude sont alors enregistrés dans une liste. Après 500 ns sans impulsion, la première impulsion qui suit est à nouveau considérée comme une impulsion initiale. L'amplitude et le temps relatif d'arrivée des impulsions qui suivent sont enregistrés à leur tour pour autant qu'ils apparaissent dans un délai inférieur à 500 ns et ainsi de suite.
- Le nombre total d'impulsions initiales est également enregistré.

La liste des impulsions que nous avons mesurées nous a permis de tracer un histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée (Figure 3.26).

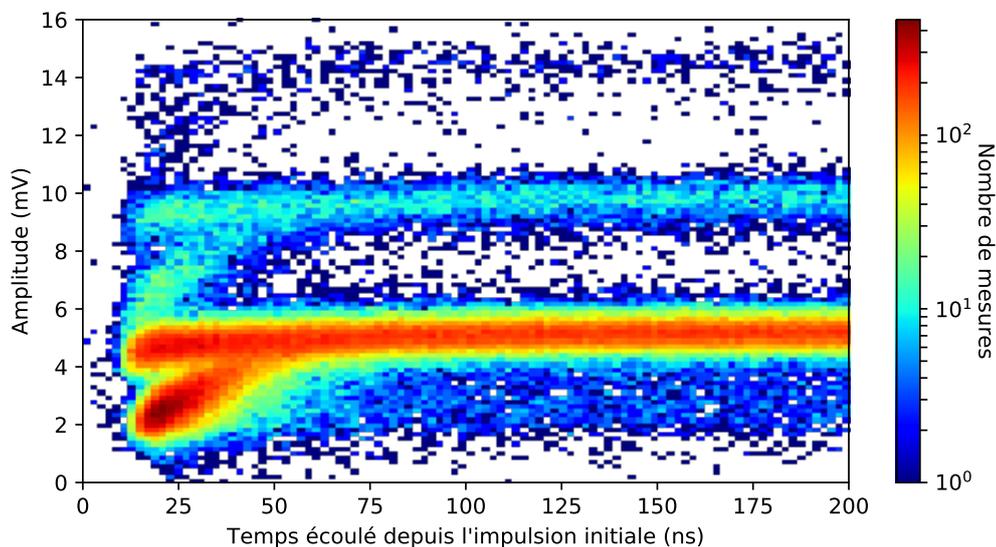


Figure 3.26. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 3$ V.

Nous remarquons qu'aucune impulsion n'est visible avant 12 ns, ce qui ne signifie pas qu'elles n'existent pas. En fait, le rapport signal sur bruit des impulsions d'amplitudes inférieures à 2 mV est trop faible pour pouvoir les détecter correctement.

Nous allons maintenant présenter l'estimation de la distribution de chacun des différents types de bruit à partir de l'historgramme de la Figure 3.26.

3.5.3.1. Probabilité de *crosstalk*

Nous avons sélectionné les impulsions entre 100 et 500 ns et les avons projetées sur l'axe des amplitudes (Figure 3.27). À ce stade, il n'y a quasiment plus d'*afterpulses* et donc d'impulsions d'amplitudes inférieures à C_{amp} .

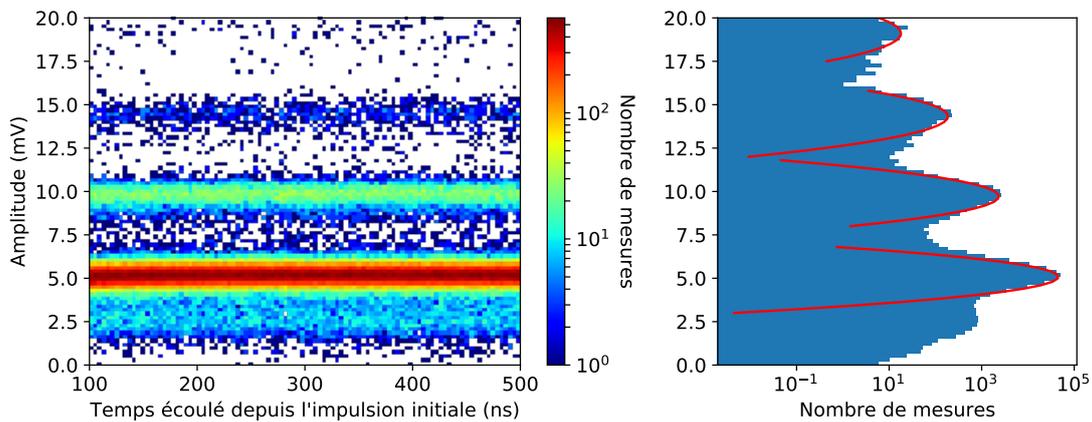


Figure 3.27. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée et projection sur l'axe des amplitudes des impulsions détectées entre 100 et 500 ns.

Plusieurs pics apparaissent sur cette projection, qui correspondent à des impulsions avec 0, 1, 2 ou 3 *crosstalks*. Le pic autour de 5 mV correspond à l'amplitude d'une impulsion pour laquelle une seule micro-cellule s'allume, c'est-à-dire pour laquelle il n'y a pas de *crosstalk*. Celui autour de 10 mV correspond à l'amplitude d'une impulsion pour laquelle deux micro-cellules se sont allumées de manière simultanée, et ainsi de suite. Ceci est lié à une diaphonie (ou *crosstalk*). Une gaussienne a été ajustée sur chacun des pics, qui permet d'estimer le nombre d'impulsions observées pour chaque pic par l'aire de la gaussienne correspondante.

La Table 3.2 présente les aires des gaussiennes ajustées sur chacun des pics.

0 $CT(\times 10^4)$	1 $CT(\times 10^3)$	2 $CT(\times 10^2)$	3 $CT(\times 10)$	4 CT
4.56 ± 0.04	3.3 ± 0.06	1.87 ± 0.10	1.80 ± 0.13	2.4 ± 0.6

Table 3.2. – Aires des gaussiennes ajustées sur la projection des impulsions détectées entre 100 et 500 ns correspondant aux impulsions avec 0, 1, 2, 3 et 4 *crosstalks* (CT).

Les probabilités du nombre de *crosstalks* peuvent alors être estimées en divisant les aires des gaussiennes par la somme des aires en faisant l'hypothèse que la probabilité d'avoir simultanément plus de 5 *crosstalks* est négligeable.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

Nous avons ensuite utilisé les modèles à 8 et 4 plus proches voisins de Gallego et al. [Gallego et al. 2014] pour estimer la probabilité de *Crosstalk* à partir des aires des deux premières gaussiennes. Pour le modèle à 8 plus proches voisins, d'après Gallego et al., la probabilité qu'il n'y ait pas de *Crosstalk* est égale à $(1 - p)^8$ et celle qu'il y ait un *Crosstalk* à $8p(1 - p)^{14}$.

Pour le modèle à 4 plus proches voisins, la probabilité qu'il n'y ait pas de *Crosstalk* est égale à $(1 - p)^4$ et celle qu'il y ai un *Crosstalk* à $4p(1 - p)^6$.

On peut alors écrire et résoudre :

$$\frac{(1 - p)^8}{8p(1 - p)^{14}} = \frac{4.56e04}{3.36e03} \quad (3.11)$$

$$\frac{(1 - p)^4}{4p(1 - p)^6} = \frac{4.56e04}{3.36e03} \quad (3.12)$$

Nous avons estimé les probabilités de *Crosstalk* avec les deux modèles et les avons comparées aux résultats obtenus directement avec les mesures présentées dans la Table 3.3.

	0 CT [%]	1 CT [%]	2 CT [‰]	3 CT [‰]	4 CT [‰]
Mesures	94.6 ± 1.3	4.91 ± 0.13	3.89 ± 0.22	0.37 ± 0.03	0.05 ± 0.01
8 nearest	94.7	4.91	3.34	0.25	0.02
4 nearest	94.6	5.03	2.92	0.19	0.01

Table 3.3. – Comparaison entre les probabilités de *Crosstalks* mesurées et celles calculées avec le modèle à 4 ou 8 plus proches voisins.

Les probabilités de *Crosstalks* calculées avec ces deux modèles ne concordent pas avec les mesures à partir de deux *Crosstalks* . Pour simuler le SiPM, nous préférons donc utiliser les valeurs mesurées.

3.5.3.2. Taux de comptage d'obscurité (DCR)

Pour mesurer le DCR, il faut mesurer la quantité d'impulsions dans l'histogramme 2D dont on est certain qu'elles ne sont pas corrélées à une impulsion initiale. De ce fait, plus l'impulsion arrive tardivement après une impulsion initiale, plus il est probable qu'elle ne soit pas corrélée. Contrairement aux 100 premières nanosecondes écoulées depuis l'impulsion initiale, la quantité d'impulsions est constante entre 200 et 500 ns. La probabilité d' *afterpulse* et de *delayed-Crosstalk* est donc pratiquement nulle. Nous pouvons donc estimer le DCR dans cet intervalle de temps écoulé après une impulsion initiale.

Pour ce faire, nous avons sélectionné uniquement les impulsions d'amplitudes égales à $C_{amp} \pm 1.95 \times \sigma_{amp}$, projeté l'histogramme 2D sur l'axe des abscisses et choisi des fenêtres de temps de 1 ns le nombre moyen d'impulsions par fenêtre d'acquisition (Figure 3.28). Nous avons ensuite estimé le nombre moyen d'impulsions par bins,

que nous avons divisé par le nombre d'impulsions initiales (1 193 132), puis par la probabilité de ne pas avoir de *crossstalk* $1 - \epsilon_c$.

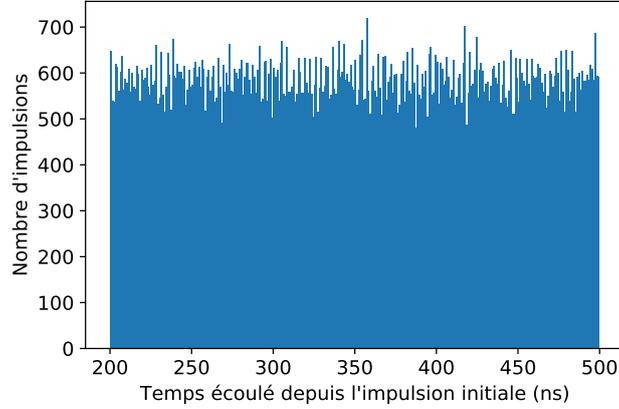


Figure 3.28. – Projection des impulsions détectées entre 200 et 500 ns dans des bins de 1 ns.

Nous obtenons ainsi un DCR de $525 \text{ cps} \pm \sqrt{2} \text{ cps}$.

3.5.3.3. *Afterpulses* et période de récupération

En Section 3.4.3, nous avons vu que les *afterpulses* sont discernables lorsqu'ils apparaissent dans un laps de temps relativement faible après l'impulsion initiale. Leur amplitude est égale à C_{amp} multipliée par la période de récupération de la micro-cellule. Sur l'histogramme 2D en Figure 3.26, une distribution d'impulsions d'amplitudes croissantes entre 0 mV et C_{amp} est visible sur les 100 premières nanosecondes. Ce sont des *afterpulses*. Cette distribution va nous permettre de mesurer la vitesse à laquelle la zone déplétée des micro-cellules se reforme et d'estimer la distribution temporelle des *afterpulses*.

3.5.3.3.1. Période de récupération τ_{rec}

Nous avons découpé l'histogramme 2D par tranche de 2 ns en sélectionnant uniquement les impulsions d'amplitudes inférieures à 7 mV. Pour chacune des tranches, nous avons tracé l'histogramme des amplitudes correspondantes (Figure 3.29). Nous avons ensuite effectué un ajustement sur chacun des histogrammes par la somme de deux gaussiennes. Nous avons gardé pour chaque ajustement la plus petite des deux moyennes estimées car elle correspond à l'amplitude des impulsions qui sont des *afterpulses* (Figure 3.30).

Nous avons effectué ensuite une régression sur la distribution des moyennes par la fonction suivante :

$$C_{\text{amp}}(t) = h(t - t_{\text{dead}}) C_{\text{amp}} \times \left(1 - e^{-\frac{t - t_{\text{dead}}}{\tau_{\text{rec}}}} \right) \quad (3.13)$$

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5.
Mesure des paramètres d'un SiPM

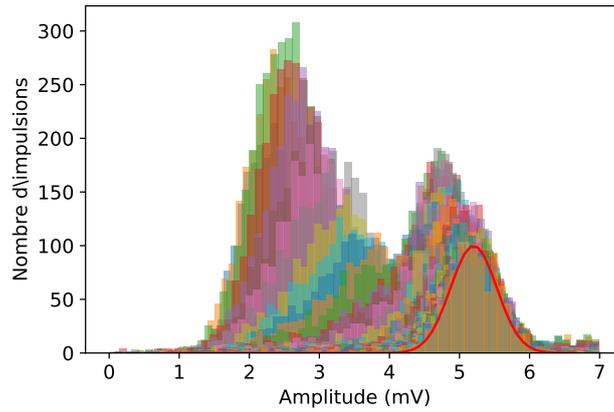


Figure 3.29. – Histogramme des amplitudes des impulsions de tension inférieure à 7 mV observées par tranches de 2 ns.

où $t_{\text{dead}} = 0$ correspond au temps mort de la micro-cellule. Nous estimons ainsi $\tau_{\text{rec}} = 28.5 \pm 0.5$ ns.

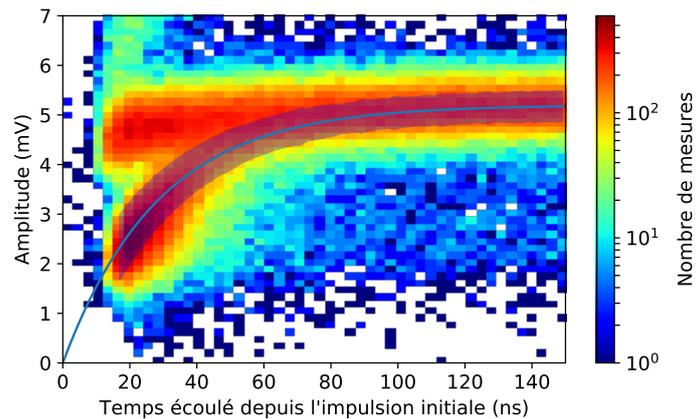


Figure 3.30. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée avec (en bleu) le résultat de l'ajustement de l'Eq. 3.13 et de son incertitude à 1 sigma.

3.5.3.3.2. Distribution temporelle des *afterpulses*

Rosado et Hidalgo [Rosado; Hidalgo 2015] proposent de modéliser la distribution d'*afterpulses* $P_{\text{AP}}(t)$ de la manière suivante :

$$P_{\text{AP}}(t) = C_{\text{AP}} \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{rec}}}}\right) \times t^a \times e^{-\frac{t}{\tau_{\text{bulk}}}} \times k(t) \quad (3.14)$$

où t représente le temps écoulé depuis l'impulsion initiale et τ_{bulk} est la période de

dépiégeage des électrons. La probabilité d'avalanche dépend du gradient de champ dans la zone de déplétion. Autrement dit, plus la zone de déplétion s'est reconstituée, plus la probabilité est élevée qu'un électron libre puisse être à l'origine d'une nouvelle avalanche. C'est donc pour cela que nous retrouvons la multiplication de $(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{rec}}}})$ par $e^{-\frac{t}{\tau_{\text{bulk}}}}$. La fonction $k(t)$ permet d'estimer le nombre d'impulsions d'amplitude trop faible pour pouvoir être détectées et C_{AP} est une constante. Quant à t^a , il s'agit d'une dépendance ad hoc postulée par les auteurs pour reproduire les données observées. Rosado et Hidalgo ont fixé $a = -1$, valeur que nous avons utilisé.

Pour pouvoir ajuster la distribution, nous avons sélectionné les impulsions d'amplitudes inférieures à 4.1 mV au minimum 20 ns après l'impulsion initiale (Figure 3.31), de telle sorte que la branche contenant les *afterpulses* est complètement visible. Ce faisant, nous avons estimé que $k(t) = 0$ pour $t > 20$ ns. L'Eq. 3.14 devient :

$$P_{\text{AP}}(t) = C_{\text{AP}} \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{rec}}}}\right) \times \frac{1}{t} \times e^{-\frac{t}{\tau_{\text{bulk}}}} \quad (3.15)$$

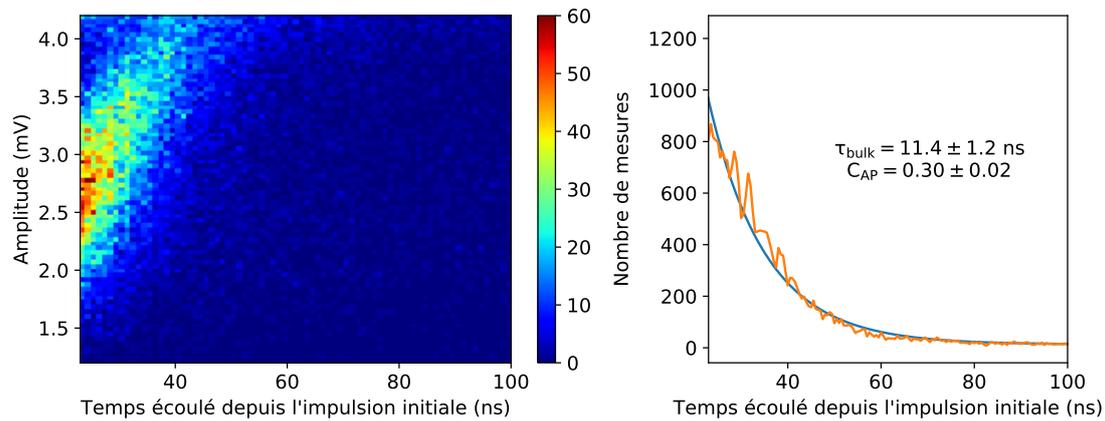


Figure 3.31. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée utilisée pour ajuster τ_{bulk} et C_{AP} . À droite, (en orange) la projection de l'histogramme 2D sur l'axe des abscisses et (en bleu) le résultat de l'ajustement.

Finalement, en propageant les erreurs obtenues pour τ_{rec} , nous obtenons $\tau_{\text{bulk}} = 11.4 \pm 1.2$ ns et $C_{\text{AP}} = 0.30 \pm 0.02$. Notons également que ces valeurs sont en accord avec celles trouvées par Rosado et Hidalgo et que pour obtenir C_{AP} , il faut diviser la valeur ajustée par le nombre d'impulsions initiales, puis par $1 - \epsilon_c$, où ϵ_c est la probabilité d'avoir au moins un *crossstalk*.

3.5.3.4. Distribution temporelle des *delayed-crossstalks*

Pour estimer la distribution temporelle des *delayed-crossstalks*, nous n'avons considéré que les impulsions d'amplitudes comprises entre 4.2 et 6 mV (Figure 3.32).

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.5. Mesure des paramètres d'un SiPM

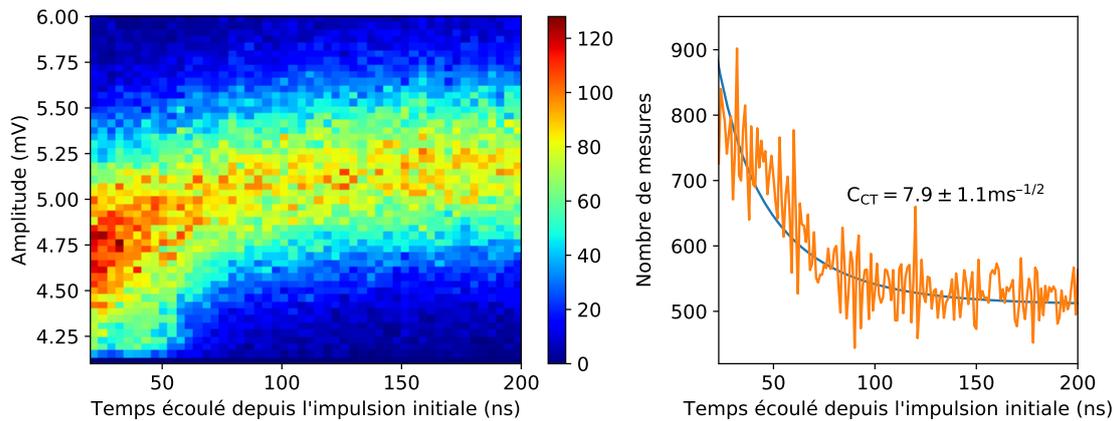


Figure 3.32. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour ajuster C_{CT} . À droite, (en orange) la projection de l'histogramme 2D sur l'axe des abscisses et (en bleu) le résultat de l'ajustement.

Dans cet histogramme, quelques *afterpulses* sont encore présents, mais nous avons considéré que leur nombre était négligeable. Il reste néanmoins une quantité non négligeable de comptages d'obscurité et de *delayed-crosstalks* dans l'histogramme.

D'après Rosado et Hidalgo, la distribution temporelle des *delayed-crosstalks* $P_{CT}(t)$ devrait suivre l'équation suivante :

$$P_{CT}(t) = C_{CT} \times t^b \times e^{-\frac{t}{\tau_{\text{bulk}}}} \quad (3.16)$$

où, t représente le temps écoulé depuis l'impulsion initiale et C_{CT} est une constante exprimée en unités de $[\text{temps}]^{-1/2}$. t^b est un terme ad hoc ajouté par les auteurs pour ajuster correctement la distribution. Rosado et Hidalgo ont fixé $b = -1/2$, valeur que nous avons utilisée.

Comme dans notre histogramme 2D nous avons aussi des comptages d'obscurité, nous avons ajusté la projection sur l'axe des abscisses par la somme de $P_{CT}(t)$ et du DCR.

Finalement nous obtenons $C_{CT} = 7.9 \pm 1.1 \text{ ms}^{-1/2}$. Notons que la valeur ajustée a été divisée par le nombre d'impulsions initiales, puis par $1 - \epsilon_c$, pour obtenir C_{CT} .

3.5.4. Résumé

Nous avons détaillé la marche à suivre pour caractériser un SiPM. Elle est basée sur la mesure du signal émis dans l'obscurité et d'illuminations par des impulsions laser hautement résolues en temps.

Nous avons vu que bien qu'il existe des modèles mathématiques permettant de décrire chacun des comportements, le sens donné à certains termes reste encore incertain comme t^b , que l'on retrouve dans la distribution des *delayed-crosstalks*.

Par ailleurs, il est utile de noter que les sources de bruit qui ont été décrites sont des réactions en chaîne. C'est-à-dire qu'elles peuvent à leur tour être à l'origine d'un *afterpulse*, d'un *delayed-crosstalk* ou d'un *crosstalk* et ainsi de suite. D'ailleurs, dans la Figure 3.26, l'ensemble des impulsions d'amplitudes inférieures à l'amplitude moyenne d'une impulsion (C_{amp}) sont des *afterpulses*. Lorsque nous avons ajusté le DCR ou la distribution temporelle des *delayed-crosstalk*, nous avons considéré que 200 ns après l'impulsion initiale, le bruit corrélé à l'impulsion initiale était négligeable. Cette approximation n'est plus vraie à partir d'une certaine tension d'alimentation du SiPM. À titre d'exemple, nous avons augmenté la tension d'alimentation à $V_{ov} = 8$ V et tracé l'histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion mesurée versus l'amplitude de l'impulsion mesurée (Figure 3.33). La quantité de bruit et les réactions en chaîne sont telles qu'il est impossible d'ajuster leurs distributions.

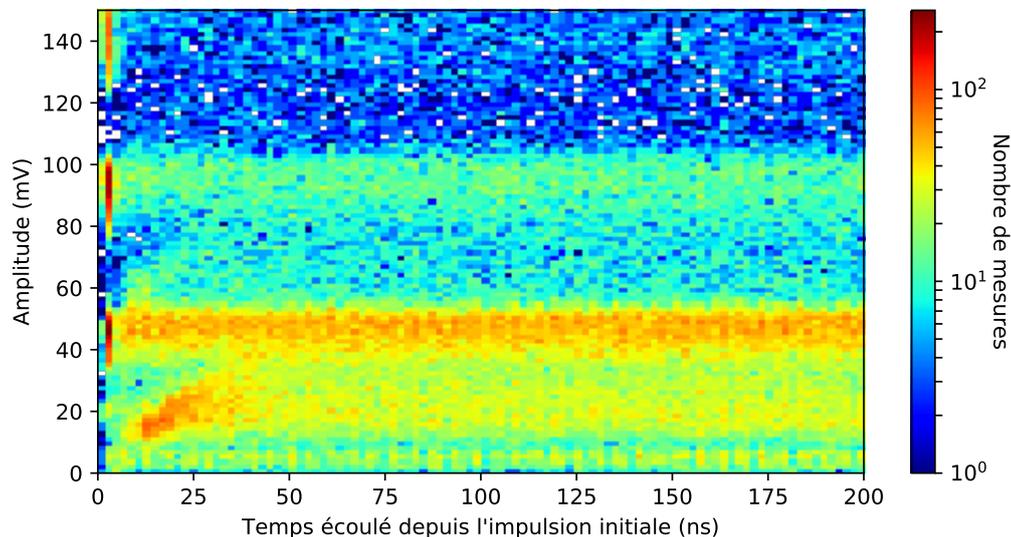


Figure 3.33. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 8$ V.

La résolution temporelle des SiPM est pourtant meilleure à une tension d'alimentation élevée. Il faudra dès lors estimer le bruit par interpolation à partir d'histogrammes 2D mesurés à des tensions d'alimentation plus faibles.

3.6. Simulation des SiPM dans GATE

Dans cette section sont détaillées, la manière dont les SiPM ont été décrits dans GATE et la marche à suivre pour effectuer une simulation.

3.6.1. Description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE

Lors de la simulation, les temps d'arrivée des photons optiques sur la face d'entrée du SiPM ne sont pas ordonnés. En effet, chaque photon est d'abord généré dans l'ordre d'apparition avant que leurs trajectoires soient déterminées. Suivant celles-ci, un photon peut arriver sur la face d'entrée du SiPM après un photon apparu plus tard que lui.

Nous savons que la génération d'un pulse d'une impulsion par un SiPM dépend de l'état de la zone déplétée de la micro-cellule dans laquelle le photon optique interagit et du fait que celle-ci peut générer d'autres impulsions qui vont potentiellement impacter sur la détection des photons arrivant peu après sur la face d'entrée du SiPM. Pour générer le signal du SiPM de manière cohérente, le suivi des photons doit d'abord être terminé pour pouvoir créer une liste ordonnée en temps des photons arrivant sur la face d'entrée sur SiPM. Le SiPM sera donc défini comme un *digitizer* de GATE permettant de traiter les données générées a posteriori.

3.6.1.1. Initialisation des SiPM

Avant que la simulation ne commence, pour chaque SiPM, un signal de valeur nulle est créé et un bruit blanc y est ajouté. Le temps de début du signal commence légèrement avant celui du temps de simulation et se termine aussi légèrement après (3 fois la durée d'un pulse). Des comptages d'obscurité sont générés et enregistrés dans une liste d'impulsions d'obscurité. Cette liste contient quatre champs :

- Le temps de début de l'impulsion d'obscurité.
- La nature de l'impulsion (comptages d'obscurité, photon, *crosstalk*, *delayed-crosstalk*, *afterpulse*).
- La micro-cellule concernée (désignée par un numéro d'identification).
- L'amplitude de l'impulsion.

L'ensemble de ces impulsions sont insérées dans la liste de manière ordonnée en temps et leurs amplitudes sont initialisées à 0.

En parallèle, un tableau collectant pour chaque micro-cellule, le dernier moment où celle-ci s'est allumée et initialisé à une valeur négative (signe qu'elle ne s'est jamais allumé) est créé.

3.6.1.2. Enregistrement des interactions dans la liste des impulsions

Pendant la simulation, un certain nombre de photons qui interagissent dans le SiPM ne sont pas pris en compte du fait de la PDE du SiPM. Le digitizer du SiPM intervient après la simulation et prend pour entrée l'ensemble des interactions aussi appelée *pulse list* dans GATE. Nous la parcourons dans un premier temps pour identifier celles qui ont eu lieu sur la face d'entrée du SiPM. Le numéro de micro-cellule dans laquelle elles ont eu lieu est estimé grâce à la position de l'interaction sur la face d'entrée du

SiPM. On ajoute un bruit sur le temps d'arrivée pour simuler la SPTR de la micro-cellule, puis le pulse est inséré dans la liste ordonnée d'impulsions avec une amplitude initialisée à 0.

3.6.1.3. Parcours de la liste des impulsions

À ce stade, toutes les impulsions qui ont été enregistrées dans la liste sont encore des impulsions potentielles. Par exemple, nous n'avons pas encore vérifié si deux impulsions apparaissent se suivent rapidement dans une même micro-cellule, ce qui engendrerait une amplitude plus faible pour la seconde impulsion. Nous parcourons donc la liste dans l'ordre croissant et appliquons différentes opérations en fonction du type d'impulsion rencontré.

3.6.1.3.1. Cas d'un comptage d'obscurité, d'un *afterpulse* et d'un *delayed-crossstalk*

Nous commençons par vérifier la différence entre le moment de l'impulsion (t_p) et la dernière fois que la micro-cellule s'est allumée (t_m). La plupart des SiPM ont un temps mort (t_{dead}). Si $t_p - t_m < t_{\text{dead}}$, alors la micro-cellule ne s'allume pas. Sinon, l'amplitude du pulse (C_p) est calculée grâce à l'équation suivante :

$$C_p = C_{\text{amp}} \left(1 - e^{-\frac{t_p - t_m - t_{\text{dead}}}{\tau_{\text{rec}}}} \right) \quad (3.17)$$

La valeur de C_p est ensuite distribuée aléatoirement selon la loi normale $\mathcal{N}(C_p, C_p/C_{\text{amp}} \times \sigma_{\text{amp}})$.

Nous calculons ensuite le nombre de *crossstalks* à partir d'un tirage aléatoire uniforme distribué entre 0 et 1, que nous reportons sur l'histogramme de la distribution de probabilité cumulée de *crossstalks* multiplié par C_p/C_{amp} . En effet, la probabilité de *crossstalks* dépend de la quantité d'électrons mis en mouvement pendant l'avalanche. Pour chaque nouveau *crossstalk*, nous effectuons un tirage aléatoire pour déterminer la micro-cellule qui s'allumera et ajoutons une impulsion dans la liste des impulsions.

Pour simuler la distribution temporelle des *afterpulses* et des *delayed-crossstalks*, nous effectuons des tirages aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1 pour chacun d'entre eux, que nous reportons sur les histogrammes des distributions de probabilités cumulées multipliées par C_p/C_{amp} . Tant que la somme des tirages aléatoires n'est pas supérieure à la valeur maximum de l'histogramme de la distribution de probabilité cumulée, nous réitérons l'opération et ajoutant la nouvelle impulsion dans la liste d'impulsions.

La distribution spatiale des *delayed-crossstalks* suit celle des *crossstalks*. Néanmoins, on ne peut attribuer un *delayed-crossstalk* à une micro-cellule qui subira un *crossstalk* induit par la même impulsion initiale. La micro-cellule qui subira l'*afterpulse* sera la micro-cellule à l'origine de l'impulsion initiale.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

3.6.1.3.2. Cas d'un photon détecté

Pour la détection d'un photon optique, nous emploierons, la même démarche que pour un comptage d'obscurité à l'exception du fait qu'après le calcul de la valeur de C_p , on effectuera un tirage aléatoire uniforme entre 0 et 1. Si la valeur est supérieure à C_p/C_{amp} , alors l'avalanche ne sera pas déclenchée. Ceci permet de prendre en considération le fait que la PDE dépend aussi du gradient de champ dans la zone déplétée.

3.6.1.3.3. Cas d'un *crosstalk*

Dans ce cas, nous emploierons presque la même démarche que pour un comptage d'obscurité. Les différences portent sur le fait qu'aucun nouveau *crosstalk* n'est généré et que la distribution temporelle des pulses dépend de leur nombre. Si nous considérons k *crosstalks*, alors pour chacun (i allant de 1 à k), la distribution suit une loi normale de paramètres $N(t_p + SPTR \times \sqrt{i}, SPTR \times \sqrt{i+1})$ [Acerbi; S. Gundacker 2019].

3.6.1.4. Création du signal

La liste d'impulsions est à nouveau parcourue. Nous sommions chacune d'entre elles dans la trame de signal.

3.6.1.5. Schéma récapitulatif

La Figure 3.34 récapitule l'ensemble des étapes de simulation pour la génération du signal par un SiPM. La mise en place d'une simulation dans GATE est décrite dans l'[Annexe A](#)

3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

Pour vérifier de la bonne implémentation des SiPM dans GATE, nous avons effectué dans un premier temps, des simulations d'un SiPM placé dans l'obscurité et avons construit l'histogramme 2D tel que présenté en Section 3.5.3. Si l'estimation des paramètres du SiPM obtenue à partir de cet histogramme coïncide avec les paramètres utilisés dans GATE, alors nous aurons la certitude que l'implémentation du modèle simulé est correcte. Restera ensuite à vérifier que la SPTR des micros-cellules est correctement simulée en simulant une source de photons optiques incidents sur la face d'entrée du SiPM et en mesurant le temps écoulé entre l'émission des photons et leur détection par franchissement d'un seuil sur l'amplitude du signal.

Dans un deuxième temps, il sera intéressant d'estimer la cohérence entre les mesures et la simulation de scintillations dans un cristal irradié par des sources radioactives

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7.
Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

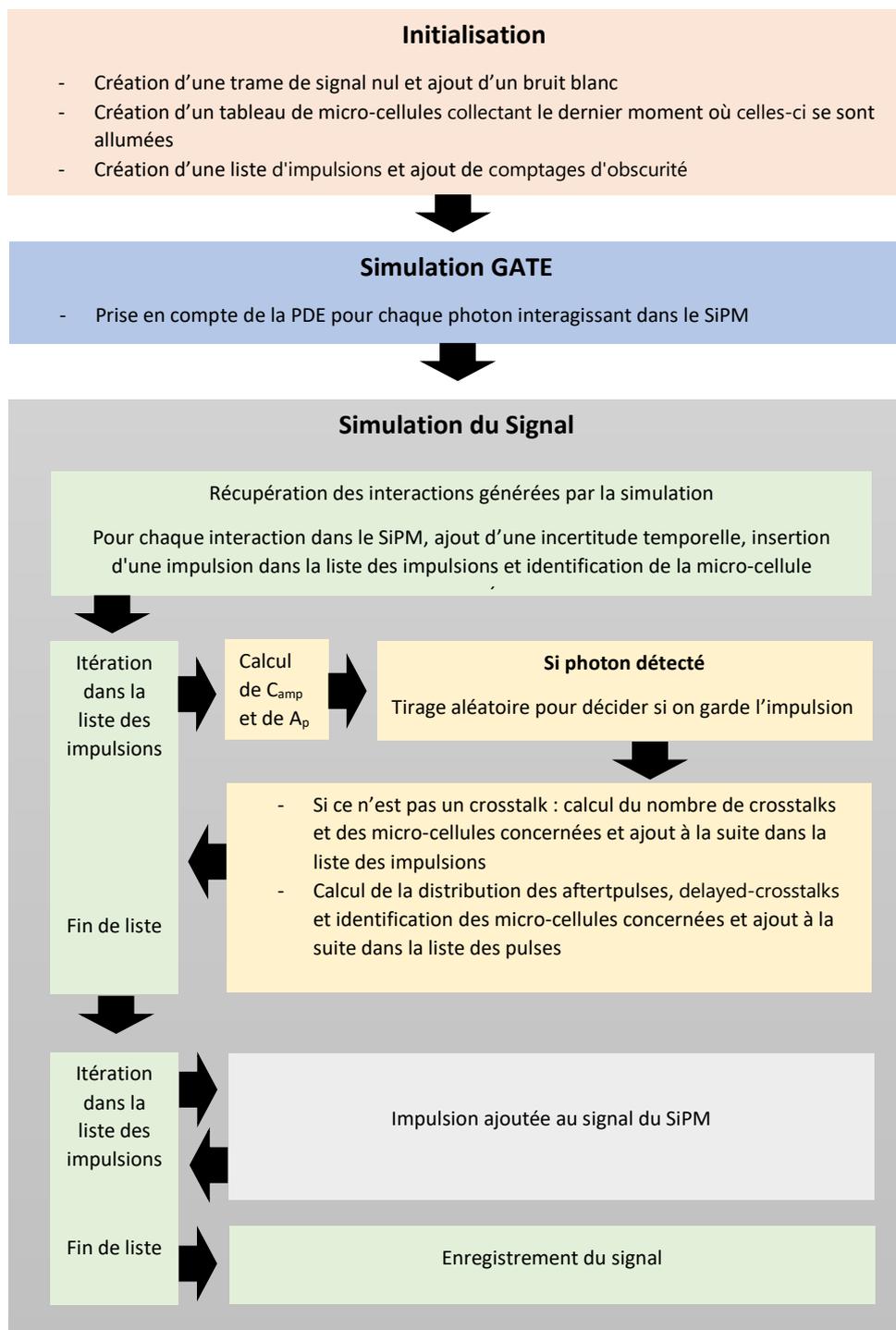


Figure 3.34. – Schéma récapitulant les étapes de la simulation du signal généré par un SiPM.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

en termes de résolution temporelle et de réponse spectrale en énergie (résolution et position des pics à pleine énergie).

3.7.1. Validation de la description du modèle de Rosado et Hidalgo dans GATE

Nous avons simulé un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité avec les paramètres mesurés (voir Section 3.5), à l'exception de la SPTR mise à 0 car elle n'influence pas sur la mesure des paramètres de bruit. Notre simulation correspond donc à celle du SiPM alimenté par une tension de $V_{br} + 3\text{ V}$ à une température de 21 °C .

La Figure 3.35 présente l'histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée. Nous remarquons qu'il contient moins de bruit que l'histogramme des données mesurées. La raison principale est que le bruit électronique expérimental n'est pas exactement un bruit blanc et que le bruit blanc que nous simulons est bien plus prédictible que le bruit réel, rendant la détection des impulsions simulées plus facile que dans le cas expérimental.

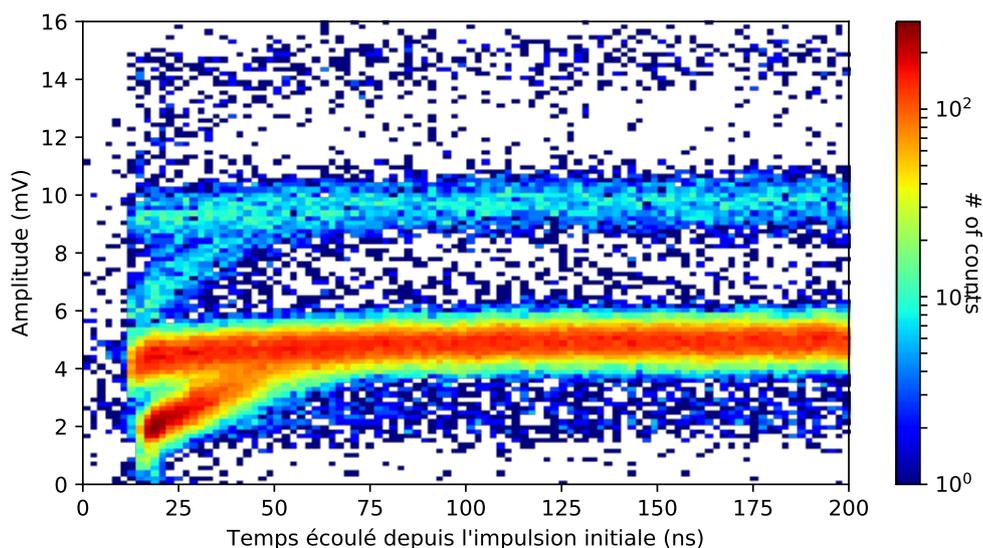


Figure 3.35. – Histogramme 2D du temps écoulé entre l'impulsion initiale et l'impulsion traitée versus l'amplitude de l'impulsion traitée construit à partir de données simulées avec GATE pour un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS placé dans l'obscurité à une température de 21 °C et $V_{ov} = 3\text{ V}$.

Dans les Tables 3.4 et 3.5, nous comparons les paramètres du SiPM utilisés par GATE et leurs estimations à partir des données simulées.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

	C_{AP}	C_{CT} [ms ^{-1/2}]	DCR [cps]	τ_{rec} [ns]	τ_{bulk} [ns]
Mesure	0.30±0.02	7.9±1.1	498±28	28.5±0.5	11.4±1.2
Simulation	0.28±0.02	7.2±2.4	502±29	28.5±0.8	11.2±1.3

Table 3.4. – Comparaison des paramètres de bruit du SiPM (Mesure) utilisés par GATE et de leurs estimations à partir des données simulées (Simulation) avec GATE.

	0 CT [%]	1 CT [%]	2 CT [‰]	3 CT [‰]	4 CT [‰]
Mesure	91.0 ± 0.5	7.90 ± 0.13	9.00 ± 0.71	1.10 ± 0.28	0.146 ± 0.060
Simulation	91.0 ± 0.5	8.22 ± 0.18	9.86 ± 0.70	1.29 ± 0.37	0.175 ± 0.082

Table 3.5. – Comparaison des probabilités de *crosstalks* du SiPM (Mesure) utilisés par GATE et de leurs estimations à partir des données simulées (Simulation) avec GATE. Notons que les probabilités de *crosstalk* mesurés sont différentes de celles présentées en Table 3.3 car un cristal nu de LYSO de 3 × 3 × 5 cm³ est placé sur le SiPM.

Nous constatons un accord raisonnable à mieux que 10% pour chacun des paramètres entre paramètres du SiPM utilisés par GATE et leurs estimations à partir des données simulées avec GATE.

3.7.2. Validation de la simulation de la SPTR

Nous avons simulé une source émettrice de photons optiques incidents sur la face d'entrée du SiPM. Pour cela, nous avons conservé les mêmes paramètres de simulation que dans la section précédente, à l'exception de la SPTR que nous avons arbitrairement fixé à 120 ps et du bruit blanc qui n'a pas été simulé. Ainsi, nous sommes certain de mesurer uniquement la contribution du SiPM et pas celle du montage électronique. Nous avons ensuite mesuré le temps écoulé entre l'émission des photons optiques et leur détection par le SiPM par franchissement d'un seuil sur l'amplitude du signal généré par le SiPM. Nous mesurons 121 ± 1 ps, ceci validant donc l'implémentation.

3.7.3. Simulation d'une chaîne à scintillation à base de SiPM et validation expérimentale pour un cristal de LYSO:Ce

Nous avons couplé le cristal nu de LYSO de 3 × 3 × 5 cm³ (cf. Section 3.1.6) au SiPM avec de la graisse optique d'indice de réfraction 1.51 et l'avons irradié avec des sources radioactives d'²⁴¹Am et de ²²Na. Cela permet de mesurer la résolution et la position des pics à pleine énergie à 60 (pour la source d'américium), 511 et 1275 keV (pour la source de sodium). Le SiPM était alimenté par une tension de $V_{br} + 3 V$ et le signal n'était pas amplifié.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

Puis nous avons simulé ce setup expérimental dans GATE en utilisant l'implémentation du modèle de SiPM décrit en Section 3.6 et les paramètres listés en Annexe B et C. Pour le cristal scintillant, nous avons utilisé un rendement de scintillation de 28 photons/keV et un facteur de résolution de 4.41 (cf. Section 3.1.6).

Comme les impulsions correspondant à une seule micro-cellule allumée ne sont pas visibles sur l'oscilloscope dans cette configuration, la forme d'une impulsion a été échantillonnée d'après la réponse du SiPM à l'émission de flashes laser d'intensité maximale. Le signal mesuré a ensuite été divisé par le nombre de micro-cellule pour estimer la valeur de C_{amp} .

La Figure 3.36 présente les pics à pleine énergie mesurés et simulés à 60, 511 et 1275 keV. La Figure 3.37 présente les impulsions moyennes mesurées et simulées ainsi que leurs variations à 1 sigma.

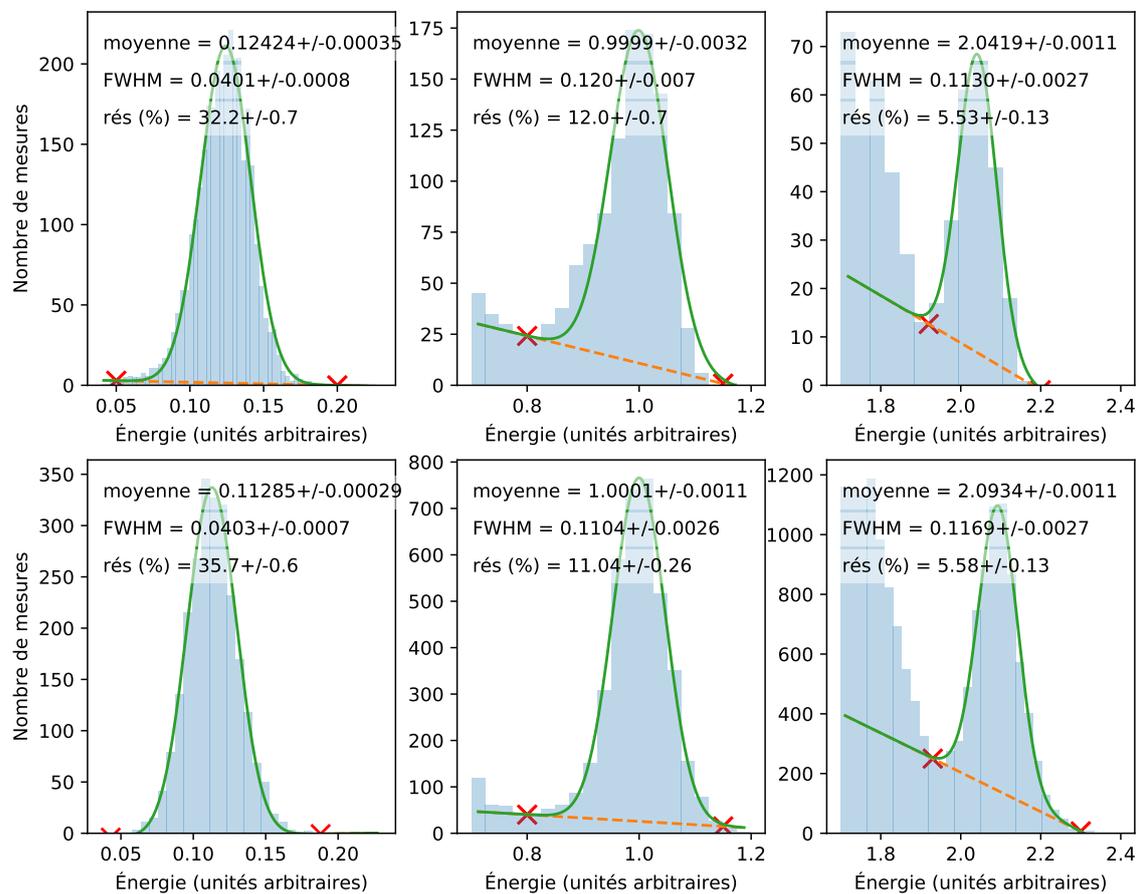


Figure 3.36. – Pics à pleine énergie (en haut) mesurés et (en bas) simulés avec un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ couplé à un SiPM à (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV. Les échelles d'énergie sont normalisées à 1 à 511 keV.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

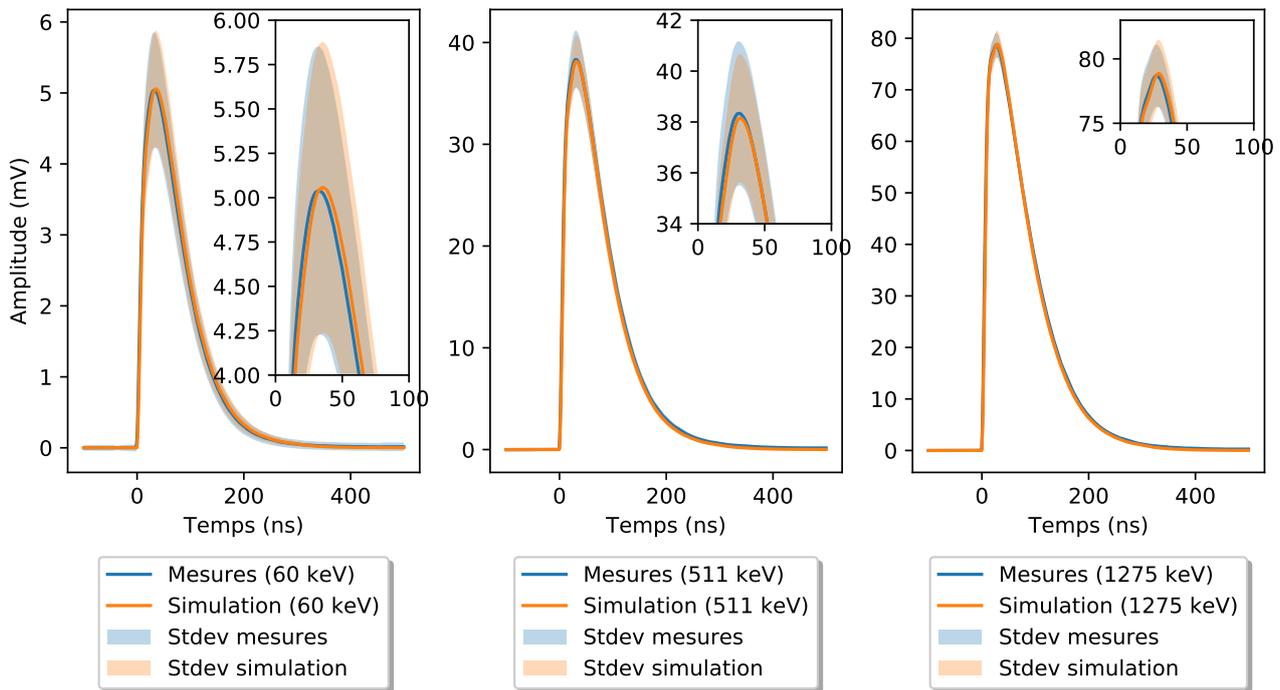


Figure 3.37. – Signaux moyens mesurés et simulés avec leurs incertitudes à 1 sigma pour (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV.

On peut observer un léger décalage entre les signaux mesurés et simulés. Plus l'énergie est faible, plus ce décalage est visible. Une explication possible est que la forme de l'impulsion moyenne liée à une micro-cellule s'allumant a été échantillonnée à partir d'illuminations du SiPM par des flashes laser. L'impulsion mesurée était donc celle pour 3588 micro-cellules allumées. Or nous avons vu en Section 3.3.3 que le temps de déclin du signal ainsi que la période de récupération τ_{rec} augmentaient avec le nombre de micro-cellules allumées. De ce fait, plus l'énergie du rayon gamma est faible, plus l'effet est visible.

À première vue, toutes les résolutions et les positions des pics à pleine énergie sont en accord à mieux que 10%. Pour rappel, en Section 3.1.6, nous avons quantifié les biais liés à la simulation du cristal. Comme discuté en Section 3.3.5, contrairement à un PMT, un SiPM n'a pas une réponse linéaire en fonction de l'énergie, mais présente un phénomène de saturation lié au nombre limité de micro-cellules pouvant générer une avalanche. Il faut alors corriger cet effet de saturation pour restituer une échelle d'énergie linéaire tel que décrit en Section 3.1.6. La Table 3.6 présente la comparaison des résultats mesurés et simulés après correction de la saturation.

Les positions relatives mesurées et simulées des pics à pleine énergie diffèrent de moins de 1.5% et leurs résolutions en énergie sont en bon accord dans la limite des incertitudes à 1 sigma.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7.
Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

[keV]	Mesures		Simulation	
	μ	res (%)	μ	res (%)
60	0.11	32.6±0.7	0.11	32.9±0.5
511	1.00	13.5±0.8	1.00	13.3±0.3
1275	2.48	8.6±0.6	2.49	8.5± 0.7

Table 3.6. – Comparaison entre les positions et les résolutions relatives à 60, 511 et 1275 keV des pics à pleine énergie mesurés et simulés après correction de la saturation.

3.7.3.1. Contributions relatives des différents types de bruit des SiPM à la résolution en énergie de la chaîne spectrométrique

Pour évaluer la contribution des différents types de bruit (comptage d'obscurité, *afterpulses*, *crossstalks*) des SiPM à la résolution en énergie d'une chaîne spectrométrique, nous l'avons simulée en les déclenchant un à un. Les résultats obtenus sont donnés dans la Table 3.7.

[keV]	Simulation		Sans <i>afterpulse</i>		Sans <i>crossstalk</i>		Sans dark count		Sans bruit	
	μ	res (%)	μ	res (%)	μ	res (%)	μ	res (%)	μ	res (%)
60	0.11	32.4±0.5	0.11	28.4±1.2	0.11	28.7±0.9	0.11	28.4±1.2	0.11	27.7±1.2
511	1.00	11.0±0.3	1.00	10.9±0.6	1.00	10.2±0.6	1.00	10.3±0.6	1.00	10.3±0.5
1275	2.09	5.6±0.1	2.10	5.3±0.4	2.13	5.3±0.3	2.09	5.5±0.3	2.14	5.2±0.6

Table 3.7. – Positions et résolutions relatives des pics à pleine énergie obtenues par simulation sans correction de la saturation en déclenchant un à un les différents types de bruit des SiPM.

Nous remarquons qu'à 60 keV, les écarts en termes de résolution relative entre la simulation sans bruit et avec bruit varie de 16.2%. Autrement dit, à basse énergie, ne pas simuler le bruit spécifique aux SiPM surestimerait la résolution en énergie. La raison principale est qu'à cette énergie, le nombre de photons de scintillation est faible. Le bruit a alors un fort impact sur la variation du nombre d'impulsions générées dans le SiPM.

À 1275 keV, la position relative du pic à pleine énergie varie de 7.7%. À cette énergie, le nombre de photons de scintillation détectés est tel qu'il existe un effet de saturation. Le fait de ne pas simuler les impulsions liées aux bruits diminue cet effet.

La Figure 3.38 présente les signaux moyens simulés en déclenchant un à un les différents types de bruit des SiPM. Nous constatons que l'amplitude des signaux diminue de manière plus importante lorsque le *crossstalk* n'est pas simulé et que chaque type de bruit contribue à l'amplitude du signal.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7.
Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

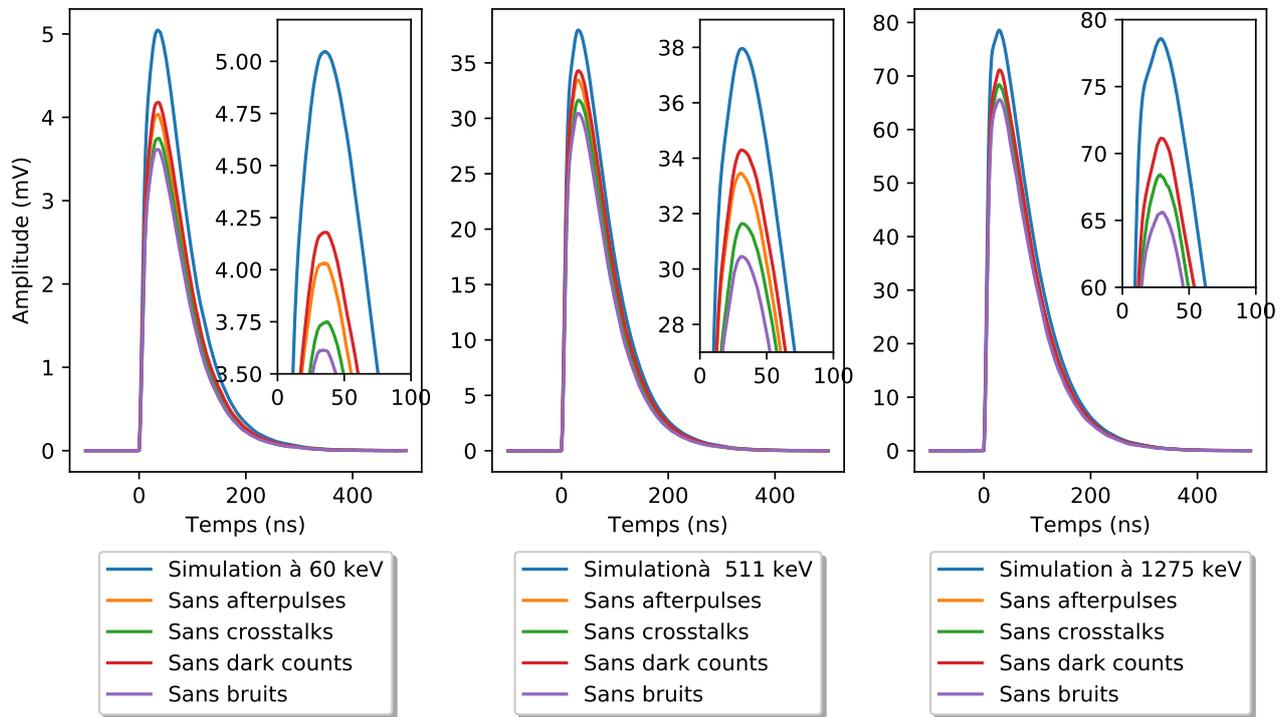


Figure 3.38. – Signaux moyens simulés avec et sans certaines sources de bruits pour (à gauche) 60 keV, (au milieu) 511 keV et (à droite) 1275 keV.

3.7.4. Résumé

Nous avons validé l'implémentation des SiPM d'un point de vue spectrométrique. Les paramètres de simulation inhérents au cristal et à sa géométrie ont été déterminés expérimentalement en utilisant un PMT, permettant ainsi de simuler une chaîne spectrométrique utilisant un SiPM couplé au cristal scintillant préalablement caractérisé. Le résultat de la simulation du cristal de LYSO couplé à un SiPM était en bon accord avec les mesures expérimentales avec des différences en terme de position des pics à pleine énergie et de résolution en énergie inférieures à 1%.

Nous avons aussi montré qu'il était important de simuler le bruit d'un SiPM pour obtenir des valeurs cohérentes aux mesures expérimentales.

Enfin, on notera qu'il n'est pas forcément nécessaire de simuler le signal émis par les SiPM pour obtenir des résultats spectrométriques. En effet, l'amplitude d'un signal étant proportionnelle à la charge, il suffit de simuler les amplitudes des pulses et de les sommer pour obtenir un résultat équivalent. Ceci permet notamment de diminuer le temps nécessaire à la simulation qui est en majorité consacré à l'écriture du signal.

3.7.5. Validation de l'implémentation des SiPM par la mesure de la résolution temporelle en coïncidence

La mesure de la résolution temporelle en coïncidence ou *Coincidence Time Resolution (CTR)* est une donnée essentielle en imagerie TEP, qui permet de déterminer la précision avec laquelle on est capable de mesurer la position de l'annihilation électron-positon par temps-de-vol, c'est-à-dire à partir du temps de coïncidence donné par la différence des moments de détection mesurés dans chaque voie de la coïncidence. Modéliser précisément la réponse temporelle des SiPM est par conséquent très important pour simuler des tomographes à émission de positons (TEP) à temps-de-vol ou TOF (Time-Of-Flight), qui tous utilisent ce nouveau type de photodétecteurs. Pour valider la description de la réponse temporelle des SiPM dans GATE, nous effectuerons une comparaison entre les simulation Monte Carlo et des mesures expérimentales.

3.7.5.1. Mesures expérimentales de la CTR

Afin de mesurer la CTR, nous plaçons une source radioactive de ^{68}Ge entre deux détecteurs composés d'un SiPM HPK MPPC S13360-3050CS alimenté à une tension $V_{br} + 9\text{ V}$ et couplé à un cristal de LYSO de $3 \times 3 \times 5\text{ mm}^3$ encapsulé dans du Téflon. Nous utilisons les cartes d'amplification décrites en Section 3.5.2.1 et les signaux sont lus et enregistrés par un oscilloscope à une fréquence de 40 GHz. Le moment de détection d'un rayon gamma par chacun des détecteurs est considéré comme celui où le signal émit par le SiPM franchit un seuil au ras du bruit électronique. Pour chaque détection en coïncidence, on calcule le temps de coïncidence Δt donné par la différence des moments de détection dans chaque voie de mesure, dont on représente la distribution. Celle-ci prend généralement la forme d'un pic pratiquement gaussien

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

dont la largeur à mi-hauteur donne une estimation de la CTR, alors que sa position permet de déterminer l'éloignement de la source par rapport à la mi-distance entre les détecteurs donnée par $\Delta L = (c\Delta t)/2$ (la source est centrée lorsque $\Delta t = 0$).

3.7.5.1.1. Validation des mesures expérimentales

Afin de s'assurer que les mesures de CTR sont correctes, nous déplaçons la source radioactive de ^{68}Ge entre les deux détecteurs et nous nous assurons que le décalage temporel entre les positions des pics des distributions du temps de coïncidence soient en accord avec la position de la source entre les détecteurs. Nous effectuons le test pour les trois positions listées dans la Table 3.8 et obtenons les histogrammes présentés en Figure 3.39. On note une différence entre les décalages temporels mesurés et estimés inférieures à 3%, ceci validant le montage pour la mesure de la CTR.

	Position 1	Position 2	Position 3
Décalage temporel mesuré (ns)	-0.376	0.0	0.288
Éloignement de la source du centre (cm)	-5.85	0.0	4.55
Décalage temporel calculé (ns)	-0,384	0.0	0.290

Table 3.8. – Positions de pics des distributions du temps de coïncidence comparées aux positions calculées d'après l'éloignement de la source radioactive. de la différence de temps de détection moyen entre les deux modules en fonction de la position de la source radioactive.

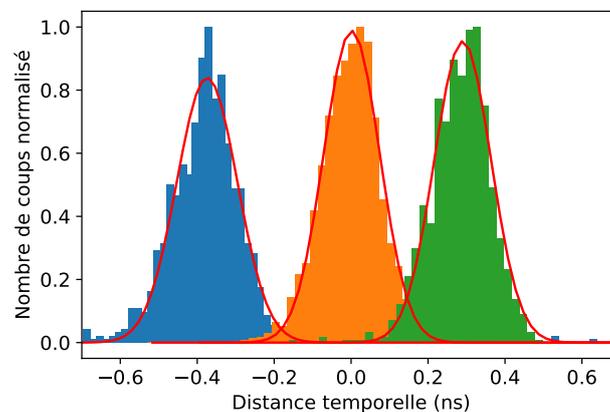


Figure 3.39. – Distributions des temps de coïncidence mesurées pour trois positions de la source radioactive de ^{68}Ge .

3.7.5.1.2. Mesure de la CTR pour différentes tensions d'alimentation des SiPM

Afin de valider la modélisation Monte Carlo des SiPM dans GATE, nous effectuons des mesures de CTR à des tensions d'alimentation différentes. Ainsi, comme la

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

réponse des SiPM varie pour chaque tension, si nous arrivons à obtenir les mêmes mesures de CTR par simulation, alors cela signifiera que les SiPM sont bien modélisés. La Figure 3.40 présente les CTR obtenus en mesurant le temps de coïncidence à partir du protocole NEMA [NEMA 2018] de l'oscilloscope. On notera que le protocole NEMA ne fournit pas de méthode pour estimer l'incertitude. Pour cette raison, il est important de s'assurer que l'histogramme des mesures comprend une statistique suffisante (dans notre cas, plus de 2000 valeurs dans la fenêtre d'amplitude maximale pour minimiser les erreurs sur l'estimation de la CTR).

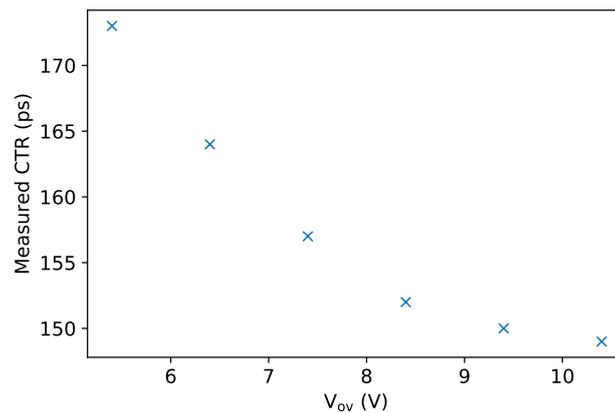


Figure 3.40. – CTR mesurée pour différentes tensions d'alimentation des SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplés à des cristaux de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ encapsulés dans du Telfon et en utilisant une source radioactive de ^{68}Ge .

On remarque que la CTR s'améliore lorsque la tension d'alimentation augmente jusqu'à atteindre un plateau. En effet, la tension influe sur le gain du SiPM, augmentant ainsi le rapport signal sur bruit. Ainsi, plus la tension augmente, plus la résolution dépend de la géométrie du cristal et du SiPM, qui affecte le temps de transit des photons vers le SiPM et de l'avalanche d'électrons dans le SiPM.

3.7.5.2. Détermination des paramètres de simulation du SiPM pour différentes tensions d'alimentation

Comme nous l'avons vu en Section 3.5.4, à partir d'une certaine tension d'alimentation, il est difficile de quantifier la distribution de bruits dans les SiPM à partir des histogrammes 2D. Étant donné que pour la CTR, ceux-ci sont alimentés à des tensions élevées afin d'augmenter le gain et ainsi la résolution temporelle, nous avons extrapolé la distribution des bruits à partir de tensions d'alimentation plus basses ($V_{br} + 2 \text{ V}$, $V_{br} + 3 \text{ V}$ et $V_{br} + 4 \text{ V}$) pour les deux SiPM HPK MPPC S13360-3050CS utilisés lors de la mesure de la CTR. La Figure 3.41 présente les résultats obtenus pour le taux de comptage d'obscurité (DCR), la constante C_{AP} , la constante C_{CT} et ϵ_c , la probabilité qu'il y ait au moins un *crossstalk*. On constate des valeurs et tendances similaires qui permettent de conforter la méthode des mesures en dépit de l'augmentation du bruit.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7.
Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

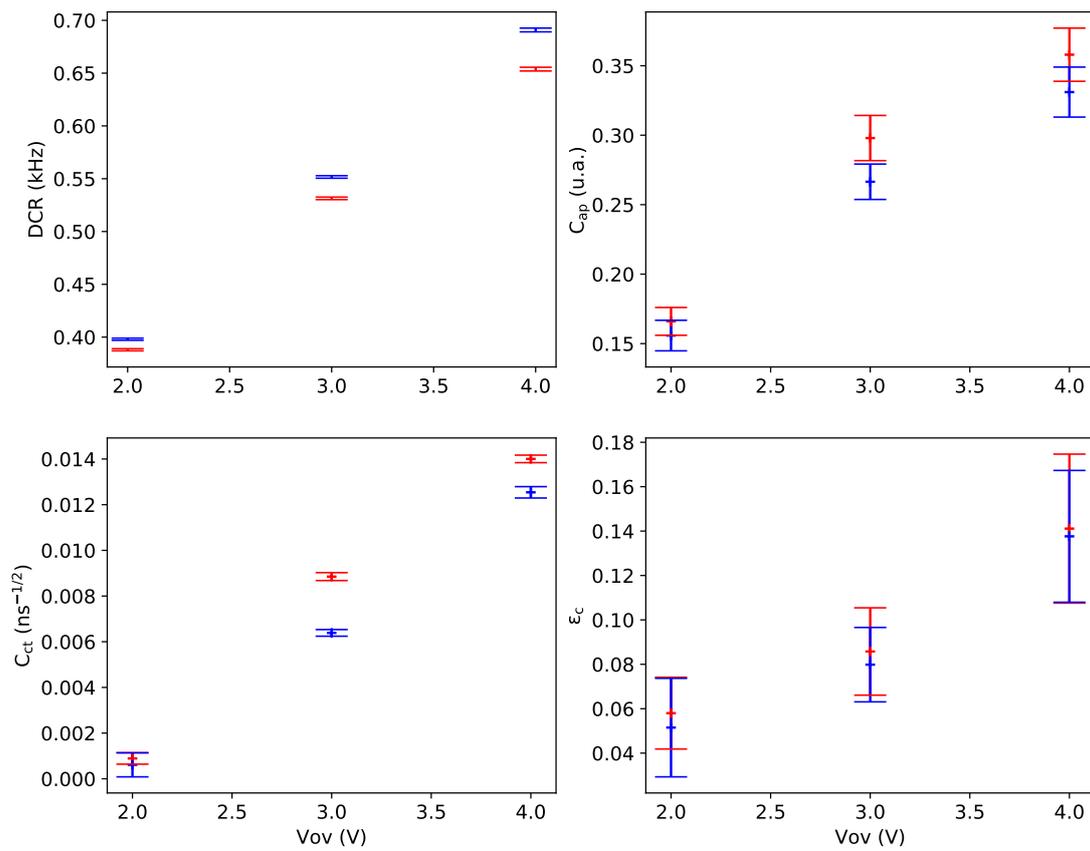


Figure 3.41. – Variation du bruit dans deux SiPM (en rouge et en bleu) en fonction de la variation de la tension d'alimentation.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

Afin d’extrapoler nos mesures, nous effectuons une minimisation de chacune d’entre elles par la fonction suivante [Rosado; Hidalgo 2015] :

$$\text{Var}(\text{bruit}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{V_{\text{Op}}}{k}\right)^{1+a}\right)$$

où $\text{Var}(\text{bruit})$ représente C_{AP} , C_{CT} , ϵ_c ou DCR et k et a sont des paramètres à déterminer.

La PDE varie également en fonction de la tension d’alimentation du SiPM. Afin de prendre en considération cette variation, nous nous appuyons sur le graphique présenté en page 6 de l’Annexe D, qui représente la variation de l’efficacité de détection du SiPM en fonction de la tension d’alimentation estimée par Hamamatsu.

3.7.5.3. Simulation des SiPM pour la mesure de la CTR

Dans GATE, nous avons simulé un seul SiPM couplé à un cristal de LYSO encapsulé dans du Teflon et une source émettrice de rayons gamma de 511 keV afin d’optimiser le temps de simulation qui, en utilisant près de 500 coeurs de processeurs au centre de calcul de l’IN2P3/CNRS, se compte en semaines. Il suffit alors de multiplier la résolution obtenue par un seul détecteur, par la racine carrée de deux pour obtenir la valeur de la CTR.

Nous avons utilisé une encapsulation “Rough_Teflon” du modèle UNIFIED en faisant varier la réflectivité des surfaces du cristal jusqu’à obtenir la même résolution en énergie qu’en expérimental. Nous obtenons ainsi des résultats similaires pour une réflectivité de l’encapsulation par du Teflon de 52% et que nous avons conservée pour les simulations suivantes.

La Figure 3.42 présente les mesures de la CTR obtenues par simulation Monte Carlo pour différentes tensions d’alimentation du SiPM confrontées aux mesures expérimentales. Les CTR sont obtenus en utilisant le protocole NEMA et en appliquant les mêmes seuils de déclenchement que pour la mesure expérimentale.

Malgré l’incapacité d’estimer l’erreur sur les mesures de la CTR avec le protocole NEMA, les courbes de tendance montrent une faible variabilité. Nous remarquons que bien que les mesures expérimentales et les simulations diffèrent de moins de 2%, la simulation surestime systématiquement la CTR. Une des raisons plausible, mais qui resterait à vérifier, est que nous avons estimé la CTR à partir de la simulation d’un seul SiPM. Or en réalité lorsque deux SiPM différents sont utilisés, leur gain n’est jamais similaire et par conséquent le temps de montée du signal. Cette différence entre SiPM dans l’amplitude moyenne du signal mesuré n’est pas corrigée lors des mesures sur oscilloscope.

3. Spectrométrie gamma à base de SiPM : modélisation Monte Carlo des SiPM – 3.7. Validation du modèle Monte Carlo des SiPM dans GATE

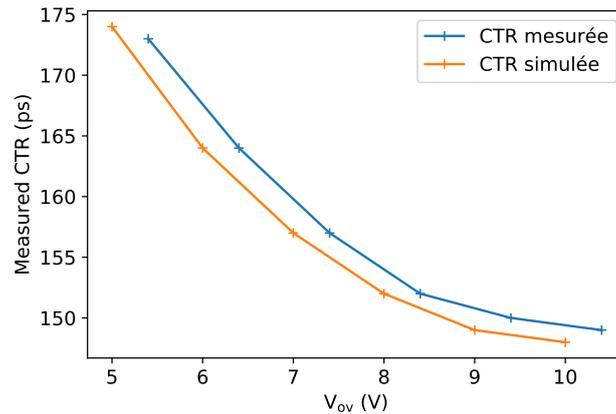


Figure 3.42. – CTR mesurée et simulée pour différentes tensions d'alimentation des SiPM HPK MPPC S13360-3050CS couplés à des cristaux de $3 \times 3 \times 5 \text{ mm}^3$ encapsulés dans du Teflon.

3.7.6. Quel impact des bruits du SiPM dans la mesure de la CTR ?

Pour une tension du SiPM à $V_{br} + 9 \text{ V}$, nous avons supprimé un à un les bruits tout en laissant les autres. Nous n'avons pas mesuré de variabilité de la CTR en fonction des bruits sauf pour le *crosstalk*. Une explication à cela serait que les *delayed-crosstalks* et *afterpulses* apparaissent dans un délai assez lointain pour ne pas influencer sur le temps de montée du signal du SiPM au ras du bruit.

Concernant le DCR, la raison est moins intuitive. Lorsqu'un comptage d'obscurité apparaît quelques temps avant la détection d'un rayon gamma, le déclenchement étant sensible au ras du bruit électronique, bien souvent, le temps estimé de détection du rayon gamma sera celui du comptage d'obscurité. La distribution temporelle du DCR étant uniforme, celui-ci ajoute un bruit uniforme sur la mesure de la CTR. Néanmoins, lorsque le DCR est très important, il devient impossible de garder un seuil de déclenchement au ras du bruit électronique. Dans ce cas, la mesure de la CTR sera impactée.

Lorsque le *crosstalk* est désactivé et pour une tension d'alimentation $V_{br} + 9 \text{ V}$, nous avons mesuré par simulation une CTR de 143 ps contre 149 ps. Ces résultats sont cohérents avec la littérature. Par exemple, Stefan Gundacker a montré par simulation Monte Carlo que l'impact du *crosstalk* sur la CTR devenait non négligeable à partir de $\epsilon_c = 0.65$ [S. Gundacker et al. 2016b].

3.7.7. Résumé

Nous avons validé le modèle Monte Carlo des SiPM que nous avons décrit dans GATE pour la mesure de la CTR et avons pu obtenir des résultats comparables aux mesures expérimentales effectuées dans les mêmes conditions avec une différence

inférieure à 2% malgré le fait que l'estimation des sources de bruit est extrapolée à partir de mesures validées à des tensions d'alimentation des SiPM inférieures à celles utilisées pour la mesure expérimentale de la CTR.

En réalité, nous avons vu que seul le DCR et le *crosstalk* avaient une influence sur la mesure de la CTR. Or ces deux bruits sont quantifiables par des méthodes autres que celle de l'utilisation d'un histogramme 2D et effectuées avec un V_{br} élevé [Acerbi; S. Gundacker 2019]. La marche à suivre pourrait donc être allégée si la simulation des *afterpulses* et *delayed-crosstalks* n'était pas nécessaire. La simulation serait également moins coûteuse en temps de calcul, car seuls les photons détectés dans la première nanoseconde sont importants pour déterminer la CTR.

3.8. Conclusion générale et perspectives

Nous avons validé le modèle Monte Carlo des SiPM que nous avons décrit dans GATE tant du point de vue de la quantité que du déroulement temporel du signal généré par des mesures spectrométriques et de la CTR. Nous avons vu que bien que les mesures expérimentales pour déterminer les paramètres des SiPM sont simples, comme par exemple une mesure du signal en condition d'obscurité, le traitement des données n'est pas aisé et demande beaucoup d'ajustements étant très dépendant de la forme du signal des SiPM.

Le développement de cet outil de simulation nous a aussi permis de montrer qu'il était important de simuler le bruit en spectrométrie afin d'obtenir une incertitude sur les pics à pleine énergie cohérente lorsqu'il s'agit de faibles énergies et pour correctement simuler la saturation à haute énergie. Aussi, nous avons vu que le *crosstalk* avait une influence sur la CTR.

Néanmoins, lorsqu'il est question de mesurer à la fois l'énergie et le temps, il paraît judicieux de simuler l'ensemble des paramètres des SiPM afin d'éviter les biais possibles dans l'interprétation des résultats. Par ailleurs, il n'est pas important de simuler le signal des SiPM pour la partie spectrométrique, mais uniquement l'amplitude et le nombre d'impulsions, tout comme il n'est pas nécessaire de simuler le *delayed-crosstalk* ou les *afterpulses* pour déterminer la CTR. Il en va de même pour le DCR s'il est faible.

Ce modèle de simulation Monte Carlo a été implémenté dans GATE avec pour objectif de le rendre disponible à tous les utilisateurs de ce logiciel et sera intégré dans une prochaine version publique de GATE [Sarrut et al. 2021].

Conclusion

Bien que le concept de caméra Compton fut à l'origine pensé pour l'imagerie médicale, il a trouvé sa première application dans le domaine spatial à partir des années 80, puis progressivement dans celui du démantèlement nucléaire autour de 2011 avec comme évènement précurseur l'accident nucléaire de Fukushima. Pourtant, à ma connaissance, toutes les équipes de recherche travaillant sur le sujet gardent en tête la possibilité qu'un jour les caméras Compton puissent apporter leur contribution en imagerie médicale. Ce n'est que depuis peu que la littérature présente des images précliniques et cliniques obtenues avec des caméras Compton. En perspective de l'augmentation des développements de prototypes dédiés à l'imagerie médicale, les verrous majeurs actuellement rencontrés sont le manque de résolution spatiale et un temps mort trop important face aux fortes activités nécessaires en clinique. Par exemple, en Figure 2.39, nous avons vu que l'efficacité du prototype Temporal chutait à partir d'un taux de rayons gamma incidents sur la surface du détecteur supérieur à 150 cps. Or en routine clinique, les patients sont injectés de plusieurs méga-becquerels.

Malgré cela, je pense que la caméra Compton pourrait doré et déjà permettre d'effectuer des examens cliniques quantitatifs, par exemple de l'hyperthyroïdie ou encore de l'estimation de la filtration rénale où la résolution spatiale et le temps de pause ne sont pas essentiels. Le coût de fabrication d'une caméra Compton bien inférieur à celui d'une gamma caméra classique pourrait permettre au secteur privé d'investir à bon escient dans cette modalité d'imagerie lorsque l'infrastructure permettant la gestion de la radioactivité est pré-existante.

Dans le domaine du démantèlement et de la sûreté nucléaire, le manque de résolution spatiale ou d'efficacité lorsque l'activité est forte pose moins problèmes. Dans ce sens, les objectifs posés par le projet Temporal sont cohérents et permettent d'explorer les possibilités offertes par un détecteur constitué de cristaux scintillants monolithiques couplés à des matrices de SiPM.

Le prototype Temporal que j'ai pu caractériser dans ma thèse a démontré des performances comparables aux caméras Compton du marché. Il nous a permis d'expérimenter l'imagerie stéréoscopique pour obtenir une estimation 3D de la position des sources étendues.

Nous avons ainsi pu explorer les limites d'un détecteur à cristaux monolithiques, dont la difficulté de mesurer des interactions multiples dans un cristal. La limite plus importante est propre à toutes les caméras et concerne l'incapacité de discerner une diffusion Compton vers l'avant d'une rétrodiffusion en raison d'une résolution

temporelle insuffisante.

Afin de s'affranchir complètement des événements diffusés vers l'arrière et en considérant que les faces avant du diffuseur et de l'absorbeur sont séparées de 3.2 cm, la résolution en coïncidence de la caméra Temporal composée de matrices de SiPM analogiques devrait atteindre 50 ps FWHM et ce, même à basse énergie. Cet objectif paraît encore difficilement accessible aujourd'hui et il en va de même pour tous types de détecteurs présent sur le marché.

L'amélioration de la résolution temporelle des détecteurs de rayons gamma constitue un enjeu d'importance majeur qui mobilise une grande quantité de chercheurs [Lecoq et al. 2020]. En attendant, on pourrait alors penser à augmenter la distance entre le diffuseur et l'absorbeur. En contrepartie, la sensibilité de la caméra se verra diminuée *i.e.* divisée par deux pour une séparation de 5 cm au lieu de 3.2 cm)

Ces limitations m'ont permis d'introduire le concept de confiance sur l'évènement Compton qui se traduit par l'ajout d'une pondération ad hoc pour chaque évènement dans l'algorithme de reconstruction LM-MLEM. Par exemple, on peut estimer avec quelle confiance on peut affirmer qu'un évènement constitue bien une diffusion vers l'avant. Ce nouveau concept est apparemment efficace pour reconstruire des données tant simulées que mesurées expérimentalement.

Mon travail de thèse aura aussi été l'occasion de proposer un nouveau formalisme LM-MLEM pour l'imagerie spectrale (PE-LM-MLEM) [Mehadji et al. 2018], plus simple que ceux déjà proposés, qui permettent de préserver une bonne résolution spatiale et de coder dans l'image l'énergie des sources radioactive par la couleur et l'activité par l'intensité de l'échelle de couleur.

Le modèle Monte Carlo de la caméra Compton présenté dans mon travail, même s'il a permis de guider l'étude de la Caméra Temporal du point de vue géométrique et de déterminer sa sensibilité pour la reconstruction d'images par une approche LM-MLEM, ne simule les modules de détection que par une approximation grossière de leurs performances en termes de résolution spatiale, de résolution en énergie et de résolution temporelle. Pour mieux anticiper les performances des modules de détection, il est nécessaire de proposer une description Monte Carlo précise du fonctionnement des SiPM utilisés comme photodétecteurs. C'est pourquoi, j'ai implémenté dans le logiciel de simulation Monte Carlo GATE un modèle permettant de reproduire le fonctionnement de SiPM analogiques au plus proche de leurs caractéristiques mesurées. La bonne implémentation de ce modèle a été vérifiée et les estimations de la simulation Monte Carlo validées expérimentalement tant du point de vue spectrométrique que des performances temporelles des SiPM pour des applications de timing rapide. À l'aide de cette implémentation, j'ai pu évaluer l'importance relative de simuler les différents types de bruit du SiPM du point de vue spectrométrique afin d'obtenir une incertitude sur les pics à pleine énergie cohérente lorsqu'il s'agit de faibles énergies ainsi que pour simuler la saturation à haute énergie. Le *crosstalk* s'avère quant à lui important à simuler d'un point de vue temporel.

Aussi, la difficulté à quantifier l'ensemble des types de bruit, tout comme l'importance

de les simuler afin d'obtenir des résultats cohérents avec la réalité, devrait inciter les constructeurs de matrices de SiPM à fournir l'ensemble de leurs caractéristiques pour permettre de simuler un module de détection basé sur leur produit rapidement sans devoir le caractériser expérimentalement au préalable.

Le développement du prototype Temporal a démontré la possibilité de construire une caméra Compton composée d'un diffuseur et d'un absorbeur partageant la même technologie à cristal scintillant pour les applications de démantèlement et de sûreté nucléaire. Cela permet notamment de réduire de manière drastique les coûts de développement et la complexité de production par comparaison à une caméra qui serait composée d'un diffuseur en semi-conducteur et d'un absorbeur en cristal scintillant. Par exemple, le projet Compton CAM également financé dans le cadre du même appel à projets du PIA dédié à l'optimisation de la gestion des déchets radioactifs résultant du démantèlement nucléaire, qui vise à développer une caméra Compton composée d'un diffuseur en silicium, n'a toujours pas publié à ma connaissance d'images de sources radioactives après 4 ans de développement.

Cela dit, en dehors des contraintes de coûts de développement et/ou de fabrication, l'élaboration d'un prototype Compton composé de semi-conducteurs pour le diffuseur et de cristaux scintillants pour l'absorbeur est probablement une meilleure alternative pour obtenir une meilleure efficacité de détection tout en conservant une bonne résolution, mais dont la faible densité du silicium et la détection d'interactions multiples à petits angles dans le diffuseur devraient permettre de rejeter facilement les événements diffusés vers l'arrière, même en l'absence de résolution temporelle ultra précise.

Bibliographie

- ACERBI, F; GUNDAKER, S., 2019. Understanding and simulating SiPMs. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 926, p. 16–35 (cit. on pp. [22](#), [94](#), [106](#), [110](#), [125](#), [136](#), [150](#)).
- AGOSTINELLI, S. et al., 2003. Geant4 - a simulation toolkit. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 506, p. 250–303 (cit. on p. [37](#)).
- ALARA, 2016. *Article L1333-1, Code de la Santé Publique* (cit. on p. [4](#)).
- ALEKHIN, M. S. et al., 2013. Improvement of γ -ray energy resolution of $\text{LaBr}_3:\text{Ce}^{3+}$ scintillation detectors by Sr^{2+} and Ca^{2+} co-doping. *Appl. Phys. Lett.* Vol. 102, p. 161915 (cit. on p. [20](#)).
- AMBE, S. et al., 1991. Preparation of a Radioactive Multitracer Solution from Gold Foil Irradiated by 135 MeV/nucleon ^{14}N Ions. *Chemistry Letters*. Vol. 20, no. 1, p. 149–152 (cit. on p. [30](#)).
- ANDERSON, M. et al., 2003. The STAR time projection chamber: a unique tool for studying high multiplicity events at RHIC. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 499, no. 2, p. 659–678 (cit. on p. [16](#)).
- ANDREYEV, A. et al., 2011. Fast image reconstruction for Compton camera using stochastic origin ensemble approach. *Med Phys*. Vol. 38, no. 1, p. 429–438 (cit. on p. [71](#)).
- ATTIÉ, D. et al., 2020. Performances of a resistive Micromegas module for the Time Projection Chambers of the T2K Near Detector upgrade. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 957, p. 163286 (cit. on p. [16](#)).
- BAI, J. H.; WHANG, J. H., 2011. The Optimization of CsI(Tl)-PIN Photodiode for High-Energy Gamma-Ray Detection. *JNST*. Vol. 1, p. 308–311 (cit. on p. [97](#)).
- BANDSTRA, M. S. et al., 2011. Detection and Imaging of the Crab Nebula with the Nuclear Compton Telescope. *Astrophys. J*. Vol. 738, no. 1, p. 8 (cit. on p. [30](#)).
- BARRETT, H. H. et al., 1997. List-mode likelihood. *J. Opt. Soc. Am. A*. [En ligne]. Vol. 14, no. 11, p. 2914–2923 [visité le 2017-10-09] (cit. on p. [58](#)).
- BASOLO, S. et al., 2008. A 20kpixels CdTe photon-counting imager using XPAD chip. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 589, no. 2, p. 268–274 (cit. on p. [18](#)).
- BERG, E. et al., 2015. Optimizing light transport in scintillation crystals for time-of-flight PET: an experimental and optical Monte Carlo simulation study. *Biomed. Opt. Express*. Vol. 6, no. 6, p. 2220–2230 (cit. on p. [97](#)).

- BERGER, M.J.; HUBBELL, J.H, 1990. NIST X-ray and Gamma-ray Attenuation Coefficients and Cross Sections Database. *NIST Standard Reference Database 8, Version 2.0, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD* (cit. on p. 10).
- BIGGS, B. et al., 1975. Hartree-Fock Compton profiles for the elements. *Atom. Data. Nucl. Data*. Vol. 16, no. 3, p. 201–309 (cit. on pp. 9, 49).
- BRUN, R.; RADEMAKERS, F., 1997. ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 389, no. 1-2, p. 81–86 (cit. on p. 38).
- BURLE INDUSTRIES, Inc., 1980. *Photomultiplier Handbook: Theory, Design, Application*. Burle Industries (Lancaster, Pa.) (cit. on p. 21).
- BUTSON, M. J. et al., 1996. A new radiotherapy surface dose detector: the MOSFET. *Medical Physics*. Vol. 23, no. 5, p. 655–658 (cit. on p. 18).
- CATES, J. et al., 2018. Improved single photon time resolution for analog SiPMs with front end readout that reduces influence of electronic noise. *Phys. Med. Biol.* Vol. 63, no. 18, p. 185022 (cit. on pp. 104, 113, 120, 125).
- CHEWPRADITKUL, W.; MOSZYNSKI, M., 2011. Scintillation Properties of $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$, Lu_2SiO_5 and LaBr_3 Crystals Activated with Cerium. *Phys. Procedia*. Vol. 22, p. 218–226 (cit. on p. 96).
- CORSI, F. et al., 2007. CModelling a silicon photomultiplier (SiPM) as a signal source for optimum front-end design. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 572, p. 416–418 (cit. on pp. 106, 108).
- COVA, S. et al., 1996a. Avalanche photodiodes and quenching circuits for single-photon detection. *Applied Optics*. Vol. 35, no. 12, p. 1956–1976 (cit. on p. 21).
- COVA, S. et al., 1996b. Avalanche photodiodes and quenching circuits for single-photon detection. *IEEE Sens. J.* Vol. 35, no. 12, p. 1956–1976 (cit. on p. 104).
- DAIZO, S., 2019. Caractérisation d'une caméra Compton pour des opérations de démantèlement nucléaire. *Université Paul-Sabatier Toulouse III* (cit. on p. 77).
- DINU, N. et al., 2016. Studies of MPPC detectors down to cryogenic temperatures. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 787, p. 275–279 (cit. on p. 110).
- DOLINSKY, S. et al., 2013. Timing resolution performance comparison for fast and standard outputs of SensL SiPM. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp*, p. 1–6 (cit. on p. 114).
- DU, Y.; ZAIDI, H., 2019. Single-Photon Emission Computed Tomography: Principles and Applications. In: *Encyclopedia of Biomedical Engineering*, p. 493–506 (cit. on p. 24).
- DUJARDIN, C., 2019. Inorganic scintillating materials. *Électronique, Photonique, Optique Photonique*, p. 16 (cit. on pp. 95, 96).
- EVERETT, D.B. et al., 1977. Gamma-radiation imaging system based on the Compton effect. *Proc. Inst. Electr. Eng.* Vol. 124, no. 11, p. 995 (cit. on p. 30).

- FENG, Y., 2019. Modeling and regularization in tomographic reconstruction for Compton camera imaging. *Thèse de doctorat. INSA de Lyon* (cit. on pp. 49, 53, 71).
- FONTANA, M. et al., 2017. Compton camera study for high efficiency SPECT and benchmark with Anger system. *Phys. Med. Biol.* Vol. 62, no. 23, p. 8794–8812 (cit. on p. 28).
- FRANDES, M., 2010. Gamma-ray Detection and Compton Camera Image Reconstruction with Application to Hadron Therapy. *Thèse de doctorat. INSA de Lyon* (cit. on p. 49).
- GALLEGO, L. et al., 2014. Modeling crosstalk in silicon photomultipliers. *J. Instrum.* Vol. 8, no. 5, P05010 (cit. on pp. 115, 116, 128).
- GATE Users Guide*, 2018 [<https://opengate.readthedocs.io/en/latest/>] (cit. on pp. 38, 166).
- GMAR, M. et al., 2011. GAMPIX: A new generation of gamma camera. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 652, no. 1, p. 638–640 (cit. on pp. 25, 26).
- GOLA, A. et al., 2011. Analog circuit for timing measurements with large area SiPMs coupled to LYSO crystals. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp*, p. 725–731 (cit. on p. 122).
- GOLA, A. et al., 2012. SiPM cross-talk amplification due to scintillator crystal: Effects on timing performance. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp*. P. 421–423 (cit. on p. 116).
- GREEN, M. A.; KEEVERS, M. J., 1995. Optical properties of intrinsic silicon at 300 K. *Prog. Photovoltaics*. Vol. 3, no. 3, p. 189–192 (cit. on p. 167).
- GRUBER, L. et al., 2014. Over saturation behavior of SiPMs at high photon exposure. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 737, p. 11–18 (cit. on pp. 109, 110).
- GRUSHKA, E. et al., 1972. Characterization of exponentially modified Gaussian peaks in chromatography. *Anal. Chem.* Vol. 42, no. 11, p. 1733–1738 (cit. on p. 124).
- GUNDACKER, S., 2014. Time resolution in scintillator based detectors for positron emission tomography. *Vienna, Tech. U.* (Cit. on p. 96).
- GUNDACKER, S. et al., 2016a. Measurement of intrinsic rise times for various L(Y)SO and LuAG scintillators with a general study of prompt photons to achieve 10 ps in TOF-PET. *Phys. Med. Biol.* Vol. 61, no. 7, p. 2802–2837 (cit. on p. 99).
- GUNDACKER, S. et al., 2016b. State of the art timing in TOF-PET detectors with LuAG,GAGG and L(Y)SO scintillators of various sizes coupled to FBK-SiPMs. *JINST*. Vol. 11, no. 08, P08008 (cit. on p. 149).
- GUNDACKER, S. et al., 2018. Precise rise and decay time measurements of inorganic scintillators by means of X-ray and 511 keV excitation. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 891, p. 42–52 (cit. on p. 95).
- GUNDACKER, S. et al., 2019. High-frequency SiPM readout advances measured coincidence time resolution limits in TOF-PET. *Phys. Med. Biol.* Vol. 64, no. 5, p. 055012 (cit. on p. 120).

- HALLEN, P., 2011. Determination of the Recovery Time of Silicon Photomultipliers. *Thèse de master. RWTH Aachen University* (cit. on p. 110).
- HATSUKAWA, Y. et al., 2018. Electron-tracking Compton camera imaging of technetium-95m. *PLOS ONE*. Vol. 13, no. 12 (cit. on p. 31).
- HILAIRE, E., 2015. Simulation et reconstruction 3D à partir de caméra Compton pour l'hadronthérapie. *Thèse de doctorat. INSA de Lyon* (cit. on p. 59).
- HMISSI, M. Z. et al., 2018. First images from a CeBr₃/LYSO:Ce Temporal Imaging portable Compton camera at 1.3 MeV. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* P. 1–3 (cit. on p. 32).
- HMISSI, M.Z., 2019. Etude et Conception d'une nouvelle génération de détecteur Gamma pour les caméras Compton. *Thèse de doctorat. Université de technologie de Troyes* (cit. on pp. 41, 78).
- HOFFMAN, A. et al., 2005. Overview Paper - CMOS Detector Technology. *In Beletic J.E., Beletic J.W., Amico P. (eds) Scientific detectors for astronomy* (cit. on p. 18).
- HSU, D. F. C. et al., 2019. Intercrystal scatter studies for a 1 mm³ resolution clinical PET system prototype. *Phys. Med. Biol.* Vol. 64, no. 9, p. 095024 (cit. on p. 56).
- HUGHES, K. A.; LIGHTFOOT, J. A., 1996. RadScan 600-a portable instrument for the remote imaging of gamma contamination: its design and use in aiding decommissioning strategy. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* Vol. 2, p. 930–933 (cit. on p. 24).
- IAEA, 2017. Technology Demonstration Workshop (TDW) on Gamma Imaging-External. *Department of Safeguards, International Atomic Energy Agency* (cit. on p. 27).
- ILTIS, A.; SNOUSSI, H., 2015. The Temporal PET Camera: A New Concept With High Spatial and Timing Resolution for PET Imaging. *Journal of Imaging*. Vol. 1, no. 1, p. 45–59 (cit. on pp. 1, 33).
- JAN, S. et al., 2004. GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT. *Phys. Med. Biol.* Vol. 49, p. 4543–4561 (cit. on p. 37).
- JAN, S. et al., 2011. GATE V6: a major enhancement of the GATE simulation platform enabling modelling of CT and radiotherapy. *Phys. Med. Biol.* Vol. 56, no. 4, p. 881–901 (cit. on p. 37).
- JIANG, J. et al., 2014. A prototype of aerial radiation monitoring system using an unmanned helicopter mounting a GAGG scintillator Compton camera. *J. Nucl. Sci. Technol.* Vol. 53, no. 7, p. 1067–1075 (cit. on p. 31).
- KABUKI, S. et al., 2010. Electron-tracking Compton gamma-ray camera for small animal and phantom imaging. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 623, no. 1, p. 606–607 (cit. on p. 31).
- KISHIMOTO, A., 2017. Study of ultra-compact Compton camera based on 3-D position sensitive scintillator for environmental and medical gamma-ray imaging. *Thèse de doctorat. Université de Waseda* (cit. on p. 90).

- KRIMMER, J. et al., 2015. Development of a Compton camera for medical applications based on silicon strip and scintillation detectors. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 787, p. 98–101 (cit. on pp. 29, 31, 32).
- LECOQ, P. et al., 2020. Roadmap toward the 10 ps time-of-flight PET challenge. *Phys. Med. Biol.* Vol. 65, no. 21 (cit. on p. 152).
- LEHNER, C. E. et al., 2004. 4π Compton imaging using a 3-D position-sensitive CdZnTe detector via weighted list-mode maximum likelihood. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* Vol. 51, no. 4, p. 1618–1624 (cit. on p. 66).
- LENZ, M., 2020. Design and characterisation of an MRI compatible human brain PET insert by means of simulation and experimental studies. *Thèse de doctorat. Bergische Universität Wuppertal* (cit. on p. 94).
- LLOSÁ, G. et al., 2013. First Compton telescope prototype based on continuous LaBr₃-SiPM detectors. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 718, no. Supplement C, p. 130–133 (cit. on p. 31).
- LOJACONO, X., 2013. Image reconstruction for Compton camera with application to hadrontherapy. *Thèse de doctorat. INSA de Lyon* (cit. on pp. 49, 57, 59, 60).
- MACKIN, D. et al., 2012. Evaluation of a stochastic reconstruction algorithm for use in Compton camera imaging and beam range verification from secondary gamma emission during proton therapy. *Phys. Med. Biol.* Vol. 57, no. 11, p. 3537–3553 (cit. on p. 71).
- MARANAO, D. et al., 2014. Accurate Analytical Single-Photoelectron Response of Silicon Photomultipliers. *IEEE Sens. J.* Vol. 14, no. 8, p. 2749–2754 (cit. on pp. 94, 106).
- MARANO, D. et al., 2016. A New Simple and Effective Procedure for SiPM Electrical Parameter Extraction. *IEEE Sens. J.* Vol. 16, p. 3620–3626 (cit. on p. 108).
- MEHADJI, B., 2017. Monte Carlo simulation of a Compton camera based on position sensitive scintillation detectors. *Université Joseph Fourier, Grenoble* (cit. on p. 37).
- MEHADJI, B. et al., 2018. Extension of the list-mode MLEM algorithm for poly-energetic imaging with a Compton Camera. *in Conf. Rec. IEEE NSS/MIC* (cit. on pp. 60–66, 75, 152).
- MOTOMURA, S. et al., 2007. Gamma-Ray Compton Imaging of Multitracer in Biological Samples Using Strip Germanium Telescope. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* Vol. 54, no. 3, p. 710–717 (cit. on p. 30).
- MUÑOZ, E. et al., 2018. Study and comparison of different sensitivity models for a two-plane Compton camera. *Phys. Med. Biol.* Vol. 67, no. 13, p. 135004 (cit. on p. 59).
- NAKAMURA, Y. et al., 2019. Characterization of SiPM Optical Crosstalk and Its Dependence on the Protection-Window Thickness. *JPS Conf. Proc.* Vol. 27, p. 011003 (cit. on p. 116).

- NAKANO, T. et al., 2020. Imaging of ^{99m}Tc -DMSA and ^{18}F -FDG in humans using a Si/CdTe Compton camera. *Phys. Med. Biol.* Vol. 65, no. 5, 05LT01 (cit. on p. 33).
- NEMA, 2018. *Performance Measurements of Positron Emission Tomographs (PET)* (cit. on p. 146).
- NEMALLAPUDI, M. V. et al., 2016. Single photon time resolution of state of the art SiPMs. *JINST*. Vol. 11, no. 10, P10016 (cit. on pp. 118, 124).
- NIGGEMANN, T. et al., 2015. G4SiPM: A novel silicon photomultiplier simulation package for Geant4. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 787, p. 344–347 (cit. on p. 94).
- ORDONEZ, C. E. et al., 1997a. Dependence of angular uncertainties on the energy resolution of Compton cameras. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* Vol. 2, p. 1122–1125 (cit. on p. 44).
- ORDONEZ, C. E. et al., 1997b. Doppler broadening of energy spectra in Compton cameras. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.*, p. 1361–1365 (cit. on p. 9).
- ORDONEZ, C. E. et al., 1997c. Doppler broadening of energy spectra in Compton cameras. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* Vol. 2, p. 1361–1365 (cit. on p. 48).
- OTTE, A. N., 2007. Observation of VHE Gamma-Rays from the Vicinity of magnetized Neutron Stars and Development of new Photon-Detectors for Future Ground based Gamma-Ray Detectors. *Thèse de doctorat, Institut Max-Planck de physique* (cit. on p. 94).
- OTTE, A. N. et al., 2017. Characterization of three high efficiency and blue sensitive silicon photomultipliers. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 846, p. 106–125 (cit. on p. 103).
- PARRA, L.; BARRETT, H. H., 1998. List-Mode Likelihood EM Algorithm and Image Quality Estimation Demonstrated on 2-D PET. *IEEE Trans. Med. Imaging*. Vol. 17, no. 2, p. 228–235 (cit. on pp. 58, 60).
- PETERSON, S. W. et al., 2010. Optimizing a three-stage Compton camera for measuring prompt gamma rays emitted during proton radiotherapy. *Phys. Med. Biol.* Vol. 55, no. 22, p. 6841–6856 (cit. on p. 31).
- PHOTONICS, K.K. Hamamatsu, 2006. *Photomultiplier Tube Handbook* (cit. on p. 22).
- POTS, H. P. et al., 2019. Improving light output and coincidence time resolution of scintillating crystals using nanoimprinted photonic crystal slabs. *Nucl. Instrum. Meth. A*. Vol. 940, p. 254–261 (cit. on p. 97).
- PULKOA, J. et al., 2012. A Monte-Carlo model of a SiPM coupled to a scintillating crystal e. *JINST*. Vol. 7, P02009 (cit. on pp. 94, 111).
- Python Software Foundation. *Python Language Reference, version 3*. 2021 [<https://www.python.org/>] (cit. on p. 38).
- RIBBERFORS, R., 1975. Relationship of the relativistic Compton cross section to the momentum distribution of bound electron states. *Phys. Rev. B*. Vol. 12, p. 2067 (cit. on p. 9).

- RICHARD, G., 1974. A tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques). *IEEE Trans. Nucl. Sci.* Vol. 21, no. 3, p. 78–93 (cit. on p. 71).
- RICHARD, M.-H. et al., 2009. Design study of a Compton camera for prompt imaging during ion beam therapy. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* P. 4172–4175 (cit. on p. 31).
- ROHLING, H. et al., 2017. Requirements for a Compton camera for *in vivo* range verification of proton therapy. *Phys. Med. Biol.* Vol. 62, no. 7, p. 2795–2811 (cit. on p. 31).
- RONCALI, E. et al., 2017. An integrated model of scintillator-reflector properties for advanced simulations of optical transport. *Phys. Med. Biol.* Vol. 62, no. 12, p. 4811–4830 (cit. on p. 98).
- ROSADO, J. et al., 2015. Modeling crosstalk and afterpulsing in silicon photomultipliers. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 787, p. 153–156 (cit. on p. 94).
- ROSADO, J., 2019. Modeling the Nonlinear Response of Silicon Photomultipliers. *IEEE Sens. J.* Vol. 19, no. 24, p. 12031–12039 (cit. on p. 110).
- ROSADO, J.; HIDALGO, S., 2015. Characterization and modeling of crosstalk and afterpulsing in Hamamatsu silicon photomultipliers. *J. Instrum.* Vol. 10, no. 10, p. 10031–10031 (cit. on pp. 94, 116, 118, 125, 130, 148).
- SAINT-GOBAIN CERAMICS PLASTICS, Inc., 2018. *LYSO Scintillation Material Lu_{1.8}Y₂SiO₅:Ce* (cit. on p. 97).
- SANTIN, G. et al., 2003. GATE, a Geant4-based simulation platform for PET and SPECT integrating movement and time management. *IEEE Trans.* Vol. 50, no. 5, p. 1516–1521 (cit. on p. 37).
- SARRUT, D. et al., 2021. Advanced Monte Carlo simulations of emission tomography imaging systems with GATE. *accepted in Phys. Med. Biol.* (Cit. on p. 150).
- SCAFÈ, R. et al., 2017. Rejection of events undergoing multiple interactions within a scintillation crystal array based on spatial charge spread discrimination for gamma-ray imaging. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 870, p. 97–102 (cit. on p. 56).
- SCHINDLER, S. M. et al., 1997. GRIP-2: A sensitive balloon-borne imaging gamma-ray telescope. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 384, no. 2-3, p. 425–434 (cit. on p. 30).
- SCHOENFELDER, V. et al., 1993. Instrument description and performance of the Imaging Gamma-Ray Telescope COMPTEL aboard the Compton Gamma-Ray Observatory. *Astrophys. J., Suppl. Ser.* Vol. 86, p. 657–692 (cit. on p. 30).
- SCHÖNFELDER, V.; LICHTI, G., 1974. Energy Spectrum and Evidence for Extragalactic Origin of Diffuse Gammaradiation in the MeV Range. *Astrophys. J. Lett.* Vol. 191, p. L1 (cit. on p. 30).
- SINGH, M. et al., 1983. An electronically collimated gamma camera for single photon emission computed tomography. Part I: Theoretical considerations and design criteria. *Med. Phys.* Vol. 10, no. 4, p. 421–427 (cit. on pp. 30, 49, 52).

- SLAWOMIR, P., 2016. *What is an SiPM and how does it work?* (Cit. on p. 103).
- SPIELER, H., 1982. Fast Timing Methods for Semiconductor Detectors. *IEEE Tans. Nucl. Sci.* Vol. 29, no. 3, p. 1142–1158 (cit. on p. 113).
- STOCKHOFF, M. et al., 2017. Advanced optical simulation of scintillation detectors in GATE V8.0: first implementation of a reflectance model based on measured data. *Phys. Med. Biol.* Vol. 62, no. 12, p. L1–L8 (cit. on pp. 98, 101).
- STRUL, D. et al., 2003. GATE (Geant4 Application for Tomographic Emission): a PET/SPECT general-purpose simulation platform. *Nucl. Phys. B-Proc. Suppl.* Vol. 125, p. 75–79 (cit. on p. 37).
- SULLIVAN, J. P. et al., 2009. Extended radiation source imaging with a prototype Compton imager. *Appl. Radiat. Isot.* Vol. 67, no. 4, p. 617–624 (cit. on p. 59).
- TAKEDA, S. et al., 2007. A new Si/CdTe semiconductor Compton camera developed for high-angular resolution. Vol. 6706, 67060S (cit. on p. 31).
- TAKEDA, S. et al., 2015. A portable Si/CdTe Compton camera and its applications to the visualization of radioactive substances. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 787, p. 207–211 (cit. on p. 31).
- TATISCHEFF, V. et al., 2016. The e-ASTROGAM gamma-ray space mission. In: *Space Telescopes and Instrumentation 2016: Ultraviolet to Gamma Ray*. Vol. 9905, 99052N (cit. on p. 30).
- TEMPORAL, 2015. *Imageur spectrométrique temporel pour le démantèlement des équipements nucléaires financé par l'ANDRA/PIA, subvention No. RTSCNADAA160019* (cit. on pp. 1, 34).
- THE SCIPY COMMUNITY, 2018. *scipy.optimize.curve_fit* (cit. on p. 111).
- TODD, R. W. et al., 1974. A proposed γ camera. *Nature*. Vol. 251, p. 132–134 (cit. on pp. 28, 30).
- TURECEK, D. et al., 2018. Compton camera based on Timepix3 technology. *JINST*. Vol. 13, no. 11, p. C11022–C11022 (cit. on p. 32).
- UHRING, W. et al., 2004. A low-cost high-repetition-rate picosecond laser diode pulse generator. *Proc. SPIE Semiconductor Lasers and Laser Dynamics*. Vol. 5452, p. 583 (cit. on p. 122).
- VILLA, F. et al., 2015. SPICE Electrical Models and Simulations of Silicon Photomultipliers. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* Vol. 62, no. 2, p. 1950–1960 (cit. on p. 94).
- VINOGRADOV, S., 2011. Analytical models of probability distribution and excess noise factor of Solid State Photomultiplier signals with crosstalk. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 695, p. 247–251 (cit. on p. 94).
- VINOGRADOV, S. et al., 2014. Performance of X-ray detectors with SiPM readout in cargo accelerator-based inspection systems. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* P. 1–6 (cit. on p. 110).

- VOICHITA, M., 2014. Filtered Backprojection Reconstruction and Redundancy in Compton Camera Imaging. *IEEE Trans. Im. Proc.* Vol. 23, no. 1, p. 332–341 (cit. on p. 57).
- WILDERMAN, S. J. et al., 1998. List-mode maximum likelihood reconstruction of Compton scatter camera images in nuclear medicine. *in Conf. Rec. IEEE Nucl. Sci. Symp.* [En ligne]. Vol. 3, p. 1716–1720 [visité le 2017-03-06] (cit. on p. 58).
- XU, D. et al., 2004. 4π Compton imaging with single 3D position sensitive CdZnTe detector. In: *Optical Science and Technology, the SPIE 49th Annual Meeting*, p. 144 (cit. on p. 59).
- XU, D., 2006. Gamma-ray imaging and polarization measurement using 3-D position-sensitive CdZnTe detectors. *Thèse de doctorat. Université de Michigan* (cit. on pp. 30, 54).
- XU, D.; HE, Z., 2007. Gamma-ray energy-imaging integrated spectral deconvolution. *Nucl. Instrum. Meth. A.* Vol. 574, no. 1, p. 98–109 (cit. on p. 60).
- YORK, H. et al., 2012. Fully Digital Arrays of Silicon Photomultipliers (dSiPM) – a Scalable Alternative to Vacuum Photomultiplier Tubes (PMT). *Phys. Procedia.* Vol. 37, p. 1546–1560 (cit. on p. 94).
- YVON, D. et al., 2020. Design study of a "scintronic" crystal targeting tens of picoseconds time resolution for gamma ray imaging: the ClearMind detector. *JNST.* Vol. 15, P07029–P07029 (cit. on p. 98).
- ZOGLAUER, A. et al., 2006. MEGALib The Medium Energy Gamma-ray Astronomy Library. *NewAR.* Vol. 50, no. 7-8, p. 629–632 (cit. on p. 37).
- ZOGLAUER, A. C., 2005. First Light for the Next Generation of Compton and Pair Telescopes. *Thèse de doctorat. Université technique de Munich* (cit. on pp. 44, 66).

Contributions

Publications

B. Mehadji, M. Dupont and C. Morel (2020) Monte Carlo simulation of SiPMs with GATE, to be subm. to J. Instrum.

D. Sarrut, M. Bala, M. Bardiès, J. Bert, M. Chauvin, K. Chatzipapas, M. Dupont, A. Etxebeste, L.M. Fanchon, S. Jan, G. Kayal, A.S. Kirov, P. Kowalski, W. Krzemien, J. Labour, M. Lenz, G. Loudos, B. Mehadji, L. Ménard, C. Morel, P. Papadimitroulas, M. Rafecas, J. Salvadori, D. Seiter, M. Stockhoff, E. Testa, C. Trigila, U. Pietrzyk, S. Vandenberghe, M.-A. Verdier, D. Visvikis K. Ziemons M. Zvolsky and E. Roncali (2021) Advanced Monte Carlo simulations of emission tomography imaging systems with GATE, accepted in Phys. Med. Biol.

Actes de conférences

B. Mehadji, M. Dupont, Y. Boursier and C. Morel (2018) Extension of the List-Mode MLEM algorithm for poly-energetic imaging with a Compton camera. Conf. Rec. NSS/MIC'2018, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Nov 10-27 2018, Sydney, Australia.

Participation à des conférences

B. Mehadji, M. Dupont and C. Morel (2020) Monte Carlo implementation and experimental validation of a model of SiPM IEEE NSS/MIC'2020, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Oct 31-Nov 7 2020, Boston MA, USA. (présentation orale)

B. Mehadji, M. Dupont, Y. Boursier and C. Morel (2018) Extension of the List-Mode MLEM algorithm for poly-energetic imaging with a Compton camera Conf. Rec. NSS/MIC'2018, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Nov 10-27 2018, Sydney, Australia. (poster)

M. Dupont, B. Mehadji, S. Gundacker, E. Auffray, S. Bin Ahmad, J. Fleury and C. Morel (2018) Implementation and experimental validation of SiPMs in GATE International

Conference on the Advancement of Silicon Photomultiplier, Jun 11-15 2018, Schwetzingen, Germany.
(poster)

Contribution à des conférences

M. Z. Hmissi, A. Iltis, C. Tata, G. Zeufack, B. Mehadji, C. Morel, H. Snoussi (2020) Towards a binocular Compton Camera for low activity Imaging IEEE NSS/MIC'2020, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Oct 31-Nov 7 2020, Boston MA, USA.
(poster présenté par H.Z. Hmissi)

M.Z. Hmissi, A. Iltis, C. Tata, G. Zeufack, A. Alhamwi, L. Rodrigues, B. Mehadji, C. Morel, H. Snoussi (2019) Imaging of a 30 kBq ^{22}Na source form 3 meters with a Temporal CeBr₃ Compton camera Conf. abstract NSS/MIC'2019, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Oct 28-Nov 2 2019, Manchester, UK.
(poster présenté par H.Z. Hmissi)

M. Dupont, B. Mehadji, S. Gundacker, E. Auffray, S. Bin Ahmad, J. Fleury and C. Morel (2018) Implementation and experimental validation of a model of SiPM in GATE Conf. abstract NSS/MIC'2018, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Nov 10-27 2018, Sydney, Australia.
(présentation orale par M. Dupont)

Annexes

A. Mise en place d’une simulation dans GATE

Nous allons maintenant décrire la génération des fichiers nécessaires à la simulation des SiPM dans GATE. Pour cela, nous devons modifier trois fichiers différents :

- SiPM.xml pour les paramètres propres à la génération du signal.
- Le fichier de simulation à l’extension “.mac”, qui contient les macros permettant d’indiquer la géométrie et le placement du SiPM dans l’espace.
- Surfaces.xml pour la définition du type de surface du SiPM ainsi que la PDE.

A.0.1. Instanciation du fichier SiPM.xml

Plusieurs types de SiPM avec des propriétés différentes peuvent être listés dans ce fichier. Un exemple est présenté en [Annexe B](#). On y trouve :

- *deadTime* : temps mort de la micro-cellule.
- *tauRecovery* : la période de récupération d’une micro-cellule (τ_{rec}).
- *SPTR* : résolution sur la détection d’un photon.
- *tauBulk* : la période de dépiégeage des électrons (τ_{bulk}).
- C_{AP} , C_{CT} , a , b sont les constantes fittées lors de la détermination de la distribution temporelle des afterpulses et des delayed-crosstalks.
- *signalDeconvolvedAmplitude* : amplitude moyenne d’un pulse.
- *durationPulse* : durée pendant laquelle un pulse doit être simulé (généralement supérieure à $3 \times t_d$).
- *signalDeconvolvedAmplitudeSigma* : la variation d’amplitude de pulse.
- *whiteNoiseSigma* : écart-type du bruit blanc.
- *DCR* : taux de comptage d’obscurité.
- *Dimensions* : dimensions de la surface d’une micro-cellule.
- *CROSSTALK* : probabilité de faire 0 crosstalk, 1 crosstalk, etc.
- *CROSSTALK DISPERSION* : dispersion spatiale des crosstalks et delayed-crosstalks. La première ligne représente la probabilité que les micro-cellules les plus proches soient celles qui s’allument, la seconde ligne représente la probabilité que les micro-cellules qui sont à une distance double s’allument et ainsi de suite.
- *Pulse* : signal moyen échantillonné pour une micro-cellule qui s’allume. Sa durée doit être supérieure ou égale à *durationPulse*.

A.0.2. Instanciation du fichier Surfaces.xml

Ce fichier comprendra la réflectivité et la PDE du SiPM. Dans le wiki OpenGATE, on peut retrouver l’explication du rôle de chacune des parties de ce fichier xml [GATE Users Guide 2018](#). Plusieurs types de surfaces peuvent être définies. Nous avons choisi d’en

créer une au nom de “SiPM” ([Annexe C](#)). La surface d’un SiPM est polie. Les valeurs de *SPECULARLOBECONSTANT*, *SPECULARSPIKECONSTANT*, *BACKSCATTERCONSTANT* et *sigmaalpha* sont donc nulles. Derrière le matériaux transparent (epoxy, verre, etc.) se trouve la surface des micro-cellules en silicium. La surface est définie comme polie et composée d’un métal diélectrique. Nous ajoutons dans *EFFICIENCY*, la PDE du SiPM visible en Figure 3.5 et dans *REFLECTIVITY*, la réflectivité du silicium mesurée par Green et Keevers [Green; Keevers 1995].

A.0.3. Écriture des macros

Dans le fichier à l’extension “.mac”, nous allons créer un nouvel objet de type parallélépipède dont on indiquera les dimensions et la composition :

```
1 /gate/world/daughters/name SiPM
2 /gate/world/daughters/insert box
3 /gate/SiPM/geometry/setXLength 1.2 mm
4 /gate//geometry/setYLength 3.4 mm
5 /gate/SiPM/geometry/setZLength 3.4 mm
6 /gate/SiPM/setMaterial Epoxy
```

Dans l’exemple ci-dessus, nous avons choisi “Epoxy” dont la surface du SiPM est composée. Cela permettra de prendre en compte son indice de réfraction pendant la simulation des photons.

Ensuite, il suffit d’indiquer qu’il s’agit d’un SiPM avec les macros suivantes:

```
1 /gate/digitizer/Singles/insert sipm
2 /gate/digitizer/Singles/sipm/setVolume SiPM\_params
3 /gate/digitizer/Singles/sipm/type SiPM
4 /gate/digitizer/Singles/sipm/setStartSignal 0 s
5 /gate/digitizer/Singles/sipm/setDurationSignal 3 s
6 /gate/digitizer/Singles/sipm/setStepSignal 0.2 ns
7 /gate/digitizer/Singles/sipm/surface YZ
8 /gate/digitizer/Singles/sipm/initialize
```

Grâce à la macro “setVolume”, nous avons indiqué que les paramètres de ce SiPM sont enregistrés sous le nom “sipm” dans le fichier SiPM.xml. Nous avons aussi indiqué que le signal commencera dès le début de la simulation et durera 3 secondes. Aussi, il contiendra une valeur toutes les 0.2 nanosecondes. Enfin, la surface de détection du SiPM est orientée sur le plan (y,z).

Supposons maintenant que l’interface direct avec le SiPM est le “world”. Il faut alors encore définir le type de surface rencontré par le photon lorsqu’il part du “world” vers le SiPM et vice versa :

Annexes – A. Mise en place d’une simulation dans GATE

```
1 /gate/world/surfaces/name SiPMToworld
2 /gate/world/surfaces/insert SiPM
3 /gate/world/surfaces/SiPMToworld/setSurface SiPM\_surface
4
5 /gate/SiPM/surfaces/name worldToSiPM
6 /gate/SiPM/surfaces/insert world
7 /gate/SiPM/surfaces/worldToSiPM/setSurface SiPM\_surface
```

A.1. Résumé

Nous avons détaillé ci-dessus la marche à suivre pour simuler des SiPM à partir du modèle Monte Carlo que nous avons décrit dans GATE. Notons que la simulation dépend d’un nombre important de paramètres et qu’il est nécessaire de manipuler plusieurs fichiers.

B. Fichier SiPM.xml

```

1 <?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
2 <sipms>
3   <sipm name="SiPM">
4     <propertiestable>
5       <property name="tauRecovery" value="28.5" unit="nanosecond"/>
6       <property name="tauBulk" value="11.4" unit="nanosecond"/>
7       <property name="sptr" value="125.4" unit="picosecond"/>
8       <property name="Cap" value="0.030"/>
9       <property name="Cct" value="0.0079"/>
10      <property name="t0" value="0." unit="nanosecond"/>
11      <property name="a" value="-1."/>
12      <property name="b" value="-0.5"/>
13      <property name="signalDeconvolvedAmplitude" value="0.00048" unit="volt"/>
14      <property name="durationPulse" value="300" unit="nanosecond"/>
15      <!-- Duration of one pulse generated by one micro-cell-->
16      <property name="signalDeconvolvedAmplitudeSigma" value="0.0000025" unit="
          volt"/>
17      <property name="whiteNoiseSigma" value="3.77E-05" unit="volt"/>
18      <property name="DCR" value="498" unit="kilohertz"/>
19      <propertyvector name="DIMENSIONS" unit="micrometer">
20        <ve value="50."></ve>
21        <ve value="50."></ve>
22      </propertyvector>
23      <!-- Dimentions of one micro-cell-->
24      <propertyvector name="CROSSTALK">
25        <ve value="9.1e-01"></ve>
26        <ve value="7.90e-02"></ve>
27        <ve value="9.00e-03"></ve>
28        <ve value="1.10-03"></ve>
29        <ve value="1.46e-04"></ve>
30      </propertyvector>
31      <propertyvector name="CROSSTALK_DISPERSION">
32        <ve value="1"></ve>
33      </propertyvector>
34      <!-- Set to 1 means that all micro-cells at a distance from center to center
          of the firing micro-cell equal to 50 micrometers have the same
          probability to create a crosstalk. Then, each new line in the vector is
          a circle of bigger radius (50 micrometers) where we can define the
          probability of crosstalk for all the micro-cells that it passes through.
          The sum of the vector is equal to 1.-->
35      <propertyvector name="PULSE" unit="nanosecond">
36        <ve time="0.00" value="0.011675983255"></ve>
37        <ve time="0.05" value="0.014392492543"></ve>
38        [...]
39      </propertyvector>
40    </propertiestable>
41  </sipm>
42 </sipms>

```

fig/annexes/SiPM.XML

C. Fichier Surfaces.xml

```

1 <?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
2 <surfaces>
3   <surface name="SiPM" type="dielectric_metal" sigmaalpha="0.0" finish="
4     polished">
5     <propertiestable>
6       <propertyvector name="SPECULARLOBECONSTANT" energyunit="eV">
7         <ve energy="1.0" value="0.0"></ve>
8         <ve energy="2.34" value="0.0"></ve>
9         <ve energy="4.13" value="0.0"></ve>
10      </propertyvector>
11     <propertyvector name="SPECULARSPIKECONSTANT" energyunit="eV">
12       <ve energy="1.0" value="0.0"></ve>
13       <ve energy="2.34" value="0.0"></ve>
14       <ve energy="4.13" value="0.0"></ve>
15     </propertyvector>
16     <propertyvector name="BACKSCATTERCONSTANT" energyunit="eV">
17       <ve energy="1.0" value="0.0"></ve>
18       <ve energy="2.34" value="0.0"></ve>
19       <ve energy="4.13" value="0.0"></ve>
20     </propertyvector>
21     <propertyvector name="REFLECTIVITY" energyunit="eV">
22       <ve energy="4.9592" value="0.672612594017585"></ve>
23       <ve energy="4.76846153846154" value="0.705173999753657"></ve>
24       <ve energy="4.59185185185185" value="0.732089552684876"></ve>
25       <ve energy="4.42785714285714" value="0.722956410931167"></ve>
26       <ve energy="4.2751724137931" value="0.684235361230538"></ve>
27       <ve energy="4.13266666666667" value="0.623487589028101"></ve>
28       <ve energy="3.99935483870968" value="0.590475835158614"></ve>
29       <ve energy="3.874375" value="0.574130337860842"></ve>
30       <ve energy="3.7569696969697" value="0.5656774122022"></ve>
31       <ve energy="3.64647058823529" value="0.561749318208869"></ve>
32       <ve energy="3.54228571428571" value="0.565380275909807"></ve>
33       <ve energy="3.44388888888889" value="0.582911002404122"></ve>
34       <ve energy="3.35081081081081" value="0.584270801263058"></ve>
35       <ve energy="3.26263157894737" value="0.546502292447187"></ve>
36       <ve energy="3.17897435897436" value="0.510973643823881"></ve>
37       <ve energy="3.0995" value="0.486021027692078"></ve>
38       <ve energy="3.02390243902439" value="0.466853259650879"></ve>
39       <ve energy="2.95190476190476" value="0.451521580514202"></ve>
40       <ve energy="2.88325581395349" value="0.439123248850964"></ve>
41       <ve energy="2.81772727272727" value="0.428907265346926"></ve>
42       <ve energy="2.75511111111111" value="0.419585699502722"></ve>
43       <ve energy="2.69521739130435" value="0.411485950400365"></ve>
44       <ve energy="2.63787234042553" value="0.404281394203058"></ve>
45       <ve energy="2.58291666666667" value="0.39787918076254"></ve>
46       <ve energy="2.53020408163265" value="0.391964732835764"></ve>
47       <ve energy="2.4796" value="0.387105531276213"></ve>
48       <ve energy="2.43098039215686" value="0.382264521501647"></ve>
49       <ve energy="2.38423076923077" value="0.377999091926155"></ve>

```

```

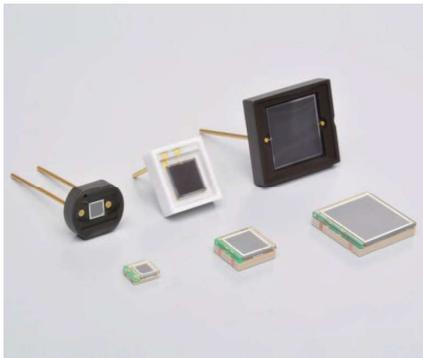
49 <ve energy="2.33924528301887" value="0.374142013737281"></ve>
50 <ve energy="2.29592592592593" value="0.370428522192012"></ve>
51 <ve energy="2.25418181818182" value="0.367335936121879"></ve>
52 <ve energy="2.21392857142857" value="0.364216221196157"></ve>
53 <ve energy="2.17508771929825" value="0.361451748594409"></ve>
54 <ve energy="2.13758620689655" value="0.358667134606895"></ve>
55 <ve energy="2.10135593220339" value="0.356344975212093"></ve>
56 <ve energy="2.06633333333333" value="0.354106671849336"></ve>
57 <ve energy="2.03245901639344" value="0.351853614251938"></ve>
58 <ve energy="1.99967741935484" value="0.349785241326916"></ve>
59 <ve energy="1.96793650793651" value="0.34820133857332"></ve>
60 <ve energy="1.9371875" value="0.346411479932793"></ve>
61 <ve energy="1.90738461538462" value="0.344713928379056"></ve>
62 <ve energy="1.87848484848485" value="0.34330931640043"></ve>
63 <ve energy="1.85044776119403" value="0.341798625402933"></ve>
64 <ve energy="1.82323529411765" value="0.340281901015896"></ve>
65 <ve energy="1.7968115942029" value="0.338962422361468"></ve>
66 <ve energy="1.77114285714286" value="0.337639001584691"></ve>
67 <ve energy="1.74619718309859" value="0.336413284699118"></ve>
68 <ve energy="1.72194444444444" value="0.3352856253833"></ve>
69 <ve energy="1.69835616438356" value="0.3342575899929"></ve>
70 <ve energy="1.67540540540541" value="0.33332999879242"></ve>
71 <ve energy="1.65306666666667" value="0.332400672745742"></ve>
72 <ve energy="1.63131578947368" value="0.331468651680362"></ve>
73 <ve energy="1.61012987012987" value="0.330534830393574"></ve>
74 <ve energy="1.58948717948718" value="0.329598359402392"></ve>
75 <ve energy="1.56936708860759" value="0.328764393207925"></ve>
76 <ve energy="1.54975" value="0.328032867790877"></ve>
77 <ve energy="1.53061728395062" value="0.327300305896179"></ve>
78 <ve energy="1.5119512195122" value="0.326671301461493"></ve>
79 <ve energy="1.49373493975904" value="0.326041006227035"></ve>
80 <ve energy="1.47595238095238" value="0.32540997581366"></ve>
81 <ve energy="1.45858823529412" value="0.324777930560902"></ve>
82 <ve energy="1.44162790697674" value="0.324144649551891"></ve>
83 <ve energy="1.42505747126437" value="0.323510569194358"></ve>
84 <ve energy="1.40886363636364" value="0.322875469350817"></ve>
85 <ve energy="1.39303370786517" value="0.3222391901263"></ve>
86 <ve energy="1.37755555555556" value="0.321602046138182"></ve>
87 <ve energy="1.36241758241758" value="0.320963878059092"></ve>
88 <ve energy="1.34760869565217" value="0.320324684364472"></ve>
89 <ve energy="1.33311827956989" value="0.319684463534747"></ve>
90 <ve energy="1.31893617021277" value="0.319150063811936"></ve>
91 <ve energy="1.30505263157895" value="0.318615045243477"></ve>
92 <ve energy="1.29145833333333" value="0.318079310589019"></ve>
93 <ve energy="1.27814432989691" value="0.317542858980053"></ve>
94 <ve energy="1.26510204081633" value="0.317113180903694"></ve>
95 <ve energy="1.25232323232323" value="0.316683042980187"></ve>
96 <ve energy="1.2398" value="0.316252444768591"></ve>
97 </propertyvector>
98 <propertyvector name="EFFICIENCY" energyunit="eV">
99 <ve energy="3.85914154653" value="0.0254237288136"></ve>
100 <ve energy="3.77987804878" value="0.0656779661017"></ve>

```

```
101 <ve energy="3.68526282854" value="0.122881355932"></ve>
102 <ve energy="3.57779465371" value="0.176906779661"></ve>
103 <ve energy="3.50956495828" value="0.224576271186"></ve>
104 <ve energy="3.30474186308" value="0.278601694915"></ve>
105 <ve energy="3.19016793066" value="0.333686440678"></ve>
106 <ve energy="2.98330800405" value="0.372881355932"></ve>
107 <ve energy="2.81234479465" value="0.396186440678"></ve>
108 <ve energy="2.6792766151" value="0.400423728814"></ve>
109 <ve energy="2.5582319722" value="0.39406779661"></ve>
110 <ve energy="2.32401341752" value="0.353813559322"></ve>
111 <ve energy="2.23239196361" value="0.317796610169"></ve>
112 <ve energy="2.10473552538" value="0.271186440678"></ve>
113 <ve energy="1.99628813559" value="0.235169491525"></ve>
114 <ve energy="1.87429980904" value="0.185381355932"></ve>
115 <ve energy="1.77916918429" value="0.156779661017"></ve>
116 <ve energy="1.67017867272" value="0.118644067797"></ve>
117 <ve energy="1.56707025013" value="0.0879237288136"></ve>
118 <ve energy="1.49392440386" value="0.0646186440678"></ve>
119 <ve energy="1.37916861827" value="0.0370762711864"></ve>
120 </propertyvector>
121 </propertiestable>
122 </surface>
123 </surfaces>
```

fig/annexes/Surfaces.XML

**D. Fiche de spécifications du SiPM HPK MPPC
S13360-3050CS**



S13360 series

MPPCs for precision measurement

MPPC is a type of device called SiPM (silicon photomultiplier). It is a new type of photon counting device that consists of multiple Geiger mode APD (avalanche photodiode) pixels. It is an opto-semiconductor with outstanding photon counting capability and low operating voltage and is immune to the effects of magnetic fields.

The S13360 series are MPPCs for precision measurement. The MPPCs inherit the superb low afterpulse characteristics of previous products and further provide lower crosstalk and lower dark count. They are suitable for precision measurement, such as flow cytometry, DNA sequencer, laser microscope, and fluorescence measurement, that requires low noise characteristics.

Features

- **Reduced crosstalk and dark count (compared to previous products)**
- **Outstanding photon counting capability (outstanding photon detection efficiency versus numbers of incident photons)**
- **Compact**
- **Operates at room temperature**
- **Low voltage ($V_{BR}=53\text{ V typ.}$) operation**
- **High gain: 10^5 to 10^6**
- **Excellent time resolution**
- **Immune to the effects of magnetic fields**
- **Operates with simple readout circuit**
- **MPPC module also available (sold separately)**

Applications

- **Fluorescence measurement**
- **Laser microscopes**
- **Flow cytometry**
- **DNA sequencers**
- **Environmental analysis**
- **Various academic research**

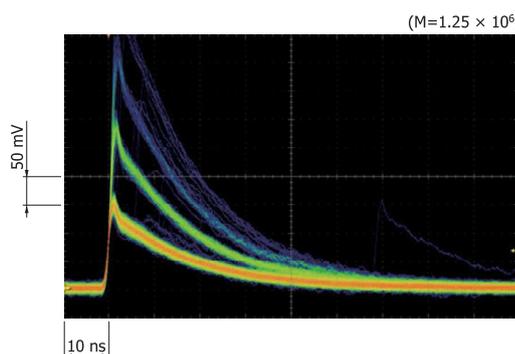
Lower noise

When an MPPC detects photons, the output may contain spurious pulses, namely afterpulse and crosstalk, that are separate from the output pulses of the incident photons. Afterpulses are output later than the timing at which the incident light is received. Crosstalk is output from other pixels at the same time as the detection of light.

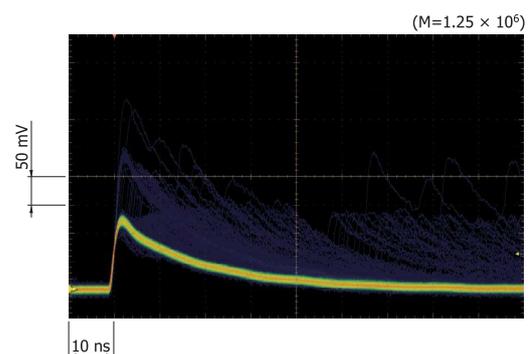
Previous products achieved lower afterpulse through the improvement of material and wafer process technology, but with the S13360 series, low crosstalk has been achieved in addition to low afterpulse.

☒ Pulse waveform comparison (typical example)

Previous product



Improved product (reference data: S13360-3050CS series)



Selection guide

Type no.	Pixel pitch (μm)	Effective photosensitive area (mm)	Number of pixels	Package	Fill factor (%)
S13360-1325CS	25	1.3 × 1.3	2668	Ceramic	47
S13360-1325PE				Surface mount type	
S13360-3025CS		3.0 × 3.0	14400	Ceramic	
S13360-3025PE				Surface mount type	
S13360-6025CS		6.0 × 6.0	57600	Ceramic	
S13360-6025PE				Surface mount type	
S13360-1350CS	50	1.3 × 1.3	667	Ceramic	74
S13360-1350PE				Surface mount type	
S13360-3050CS		3.0 × 3.0	3600	Ceramic	
S13360-3050PE				Surface mount type	
S13360-6050CS		6.0 × 6.0	14400	Ceramic	
S13360-6050PE				Surface mount type	
S13360-1375CS	75	1.3 × 1.3	285	Ceramic	82
S13360-1375PE				Surface mount type	
S13360-3075CS		3.0 × 3.0	1600	Ceramic	
S13360-3075PE				Surface mount type	
S13360-6075CS		6.0 × 6.0	6400	Ceramic	
S13360-6075PE				Surface mount type	

Structure / Absolute maximum ratings

Type no. (package)	Window material	Refractive index of window material	Absolute maximum ratings			
			Operating temperature* ¹ T _{opr} (°C)	Storage temperature* ¹ T _{stg} (°C)	Soldering conditions	Reflow soldering conditions* ² T _{sol}
S13360-****CS (ceramic)	Silicone resin	1.41	-20 to +60	-20 to +80	350 °C or less, once, within 3 seconds* ³	-
S13360-****PE (surface mount type)	Epoxy resin	1.55			-	Peak temperature: 240 °C, twice (see P.11)

*1: No condensation

*2: JEDEC level 5a

*3: Separate by at least 1 mm from the lead root.

Note: Exceeding the absolute maximum ratings even momentarily may cause a drop in product quality. Always be sure to use the product within the absolute maximum ratings.

Electrical and optical characteristics (Typ. Ta=25 °C, unless otherwise noted)

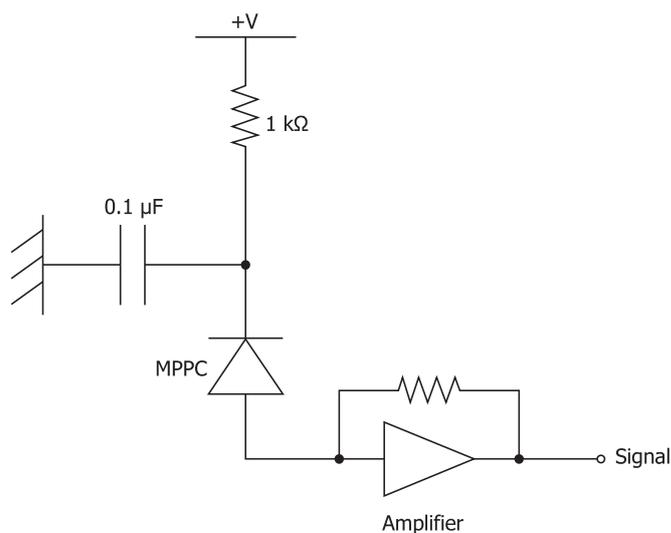
Type no.	Measurement conditions	Spectral response range λ (nm)	Peak sensitivity wavelength λ_p (nm)	Photon detection efficiency PDE*4 $\lambda=\lambda_p$ (%)	Dark count*5		Terminal capacitance Ct (pF)	Gain M	Break-down voltage VBR (V)	Crosstalk probability (%)	Recommended operating voltage Vop (V)	Temperature coefficient at recommended operating voltage $\Delta TVop$ (mV/°C)
					Typ. (kcps)	Max. (kcps)						
S13360-1325CS	Vover =5 V	270 to 900	450	25	70	210	60	7.0×10^5	53 ± 5	1	VBR + 5	54
S13360-1325PE		320 to 900										
S13360-3025CS		270 to 900			400	1200	320					
S13360-3025PE		320 to 900										
S13360-6025CS		270 to 900			1600	5000	1280					
S13360-6025PE		320 to 900										
S13360-1350CS	Vover =3 V	270 to 900		40	90	270	60	1.7×10^6	53 ± 5	3	VBR + 3	
S13360-1350PE		320 to 900										
S13360-3050CS		270 to 900			500	1500	320					
S13360-3050PE		320 to 900										
S13360-6050CS		270 to 900			2000	6000	1280					
S13360-6050PE		320 to 900										
S13360-1375CS	Vover =3 V	270 to 900	50	90	270	60	4.0×10^6	4.0×10^6	7	VBR + 3		
S13360-1375PE		320 to 900										
S13360-3075CS		270 to 900		500	1500	320						
S13360-3075PE		320 to 900										
S13360-6075CS		270 to 900		2000	6000	1280						
S13360-6075PE		320 to 900										

*4: Photon detection efficiency does not include crosstalk or afterpulses.

*5: Threshold=0.5 p.e.

Note: The above characteristics were measured at the operating voltage that yields the listed gain. (See the data attached to each product.)

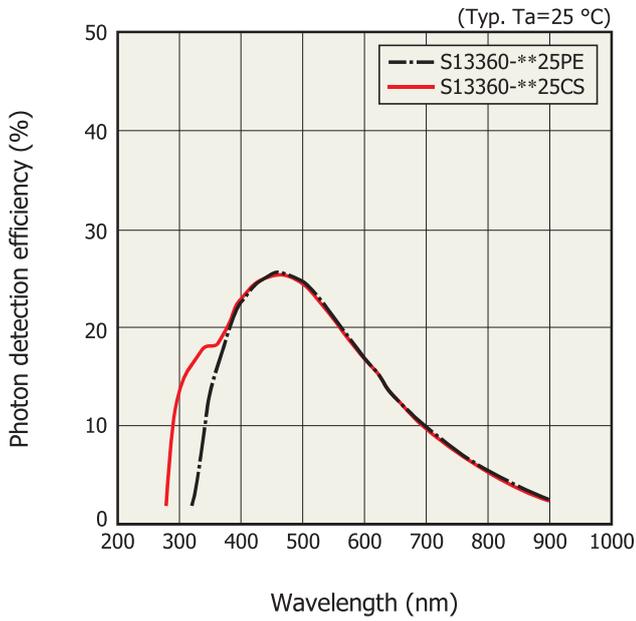
Connection example



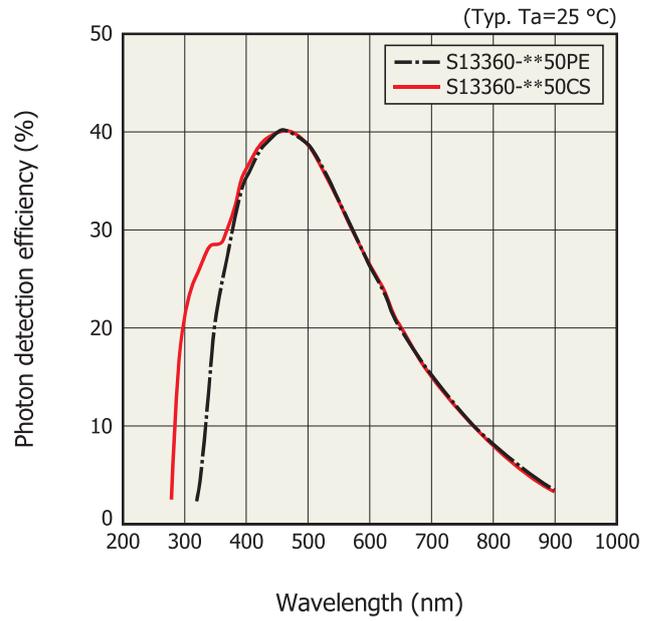
KAPDC0024EB

Photon detection efficiency vs. wavelength (typical example)

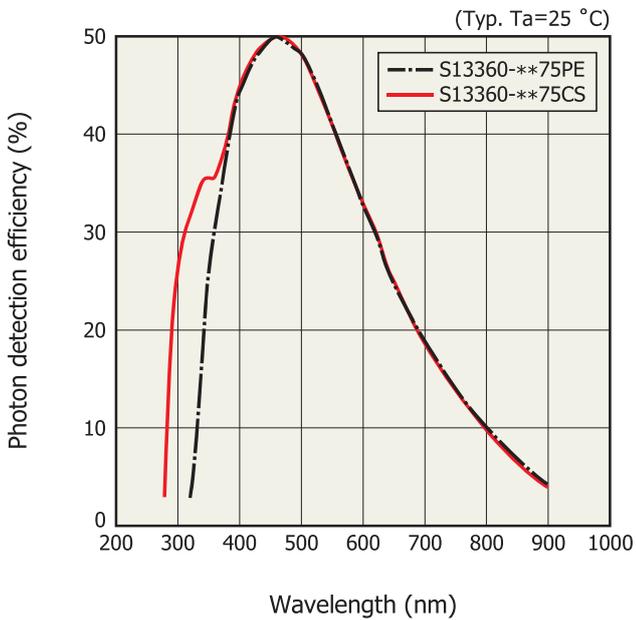
Pixel pitch: 25 μm



Pixel pitch: 50 μm



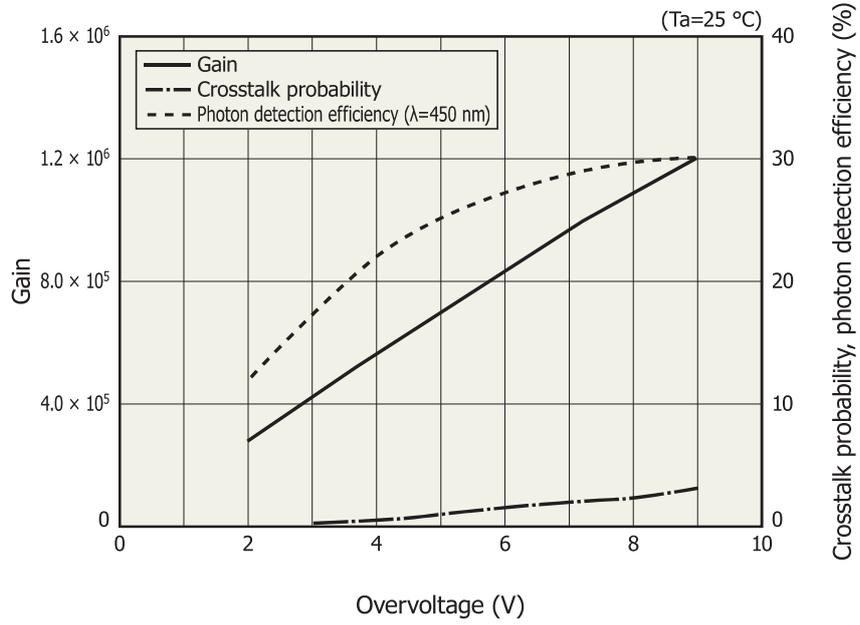
Pixel pitch: 75 μm



Photon detection efficiency does not include crosstalk or afterpulses.

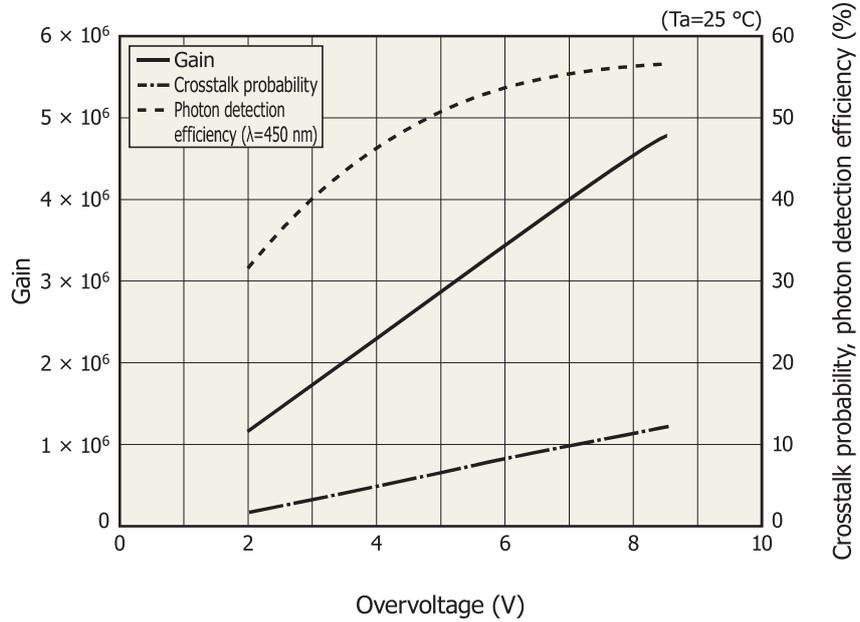
Overvoltage specifications of gain, crosstalk probability, photon detection efficiency (typical example)

Pixel pitch: 25 μm



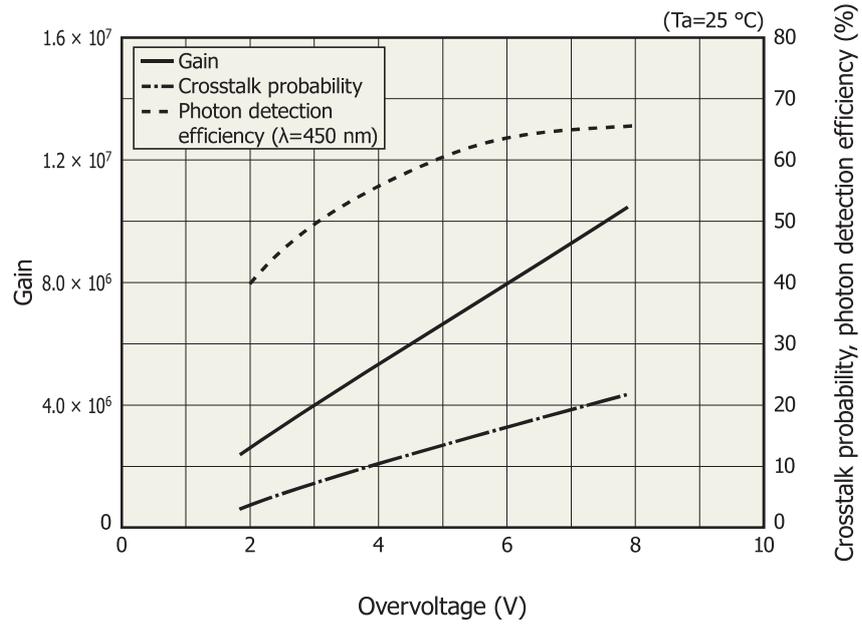
KAPD80323EA

Pixel pitch: 50 μm



KAPD80324EA

Pixel pitch: 75 μm

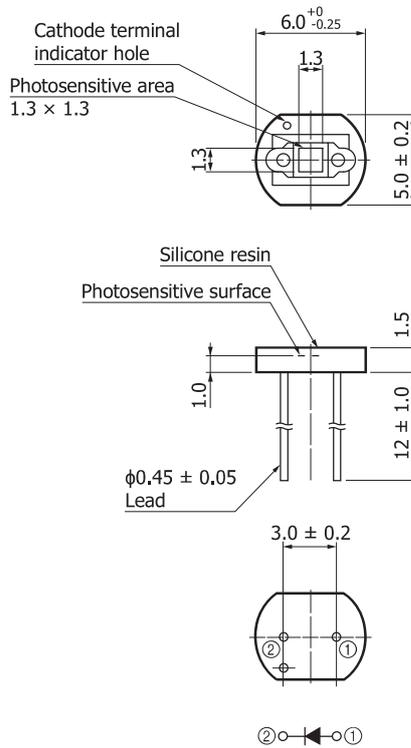


KAPDB0326EA

MPPC characteristics vary with the operating voltage. Although increasing the operating voltage improves the photon detection efficiency and time resolution, it also increases the dark count and crosstalk at the same time, so an optimum operating voltage must be selected to match the application.

Dimensional outlines (unit: mm)

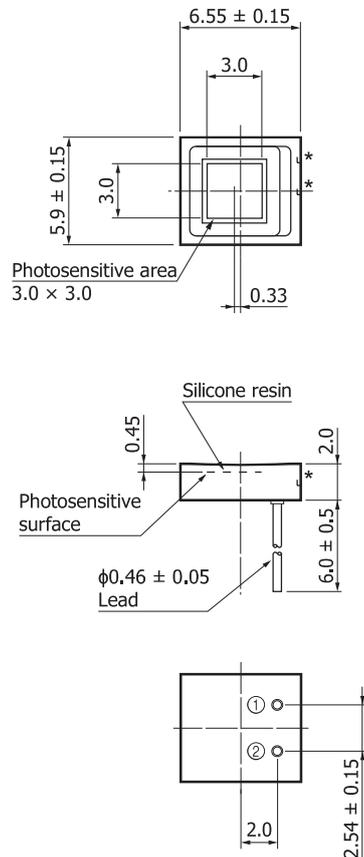
S13360-1325CS/-1350CS/-1375CS



Lead material: Fe-Ni-Co alloy
 Lead processing: Au plating
 Tolerance unless otherwise noted: ±0.2
 Chip position accuracy:
 X, Y ≤ ±0.25 with respect to package center
 The coating resin may extend a maximum of
 0.1 mm above the upper surface of the package.

KAPDA0155EA

S13360-3025CS/-3050CS/-3075CS



Lead material: Oxygen-free copper
 Lead processing: Au plating
 Tolerance unless otherwise noted: ±0.2
 Chip position accuracy:
 with respect to package center
 $-0.25 \leq X \leq +0.25$
 $-0.53 \leq Y \leq -0.13$
 The coating resin may extend a maximum of
 0.1 mm above the upper surface of the package.

* Metal electrodes connecting to the internal electrodes are exposed on the sides of the ceramic package. To avoid short circuits, never allow other conductors to come in contact with these metal electrodes.

KAPDA0156EA